Lebendige Geometrie

Lehrerfortbildung im Rahmen der Klein-Tagung
Ulrich Kortenkamp, Martin-Luther-Universität Halle
Berlin, 19.9.2013

WALTHER LIETZMANN

LEBENDIGE
MATHEMATIK

FERDINAND HIRT IN Breslau

Aufgabe 1: Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Parallelogramms.

„Das ist theoretisch nicht möglich, aber ihr sollt es ja nicht ausmessen.“

„Das ist theoretisch nicht möglich, aber ihr sollt es ja nicht ausmessen!“

Welche geometrische Figur besteht aus einem Scheitel und zwei Schenkeln?

QUIZ
TAXI
DRESDEN

Quelle: Quiz-Taxi / Kabel 1 - 19.2.2007

Daß es mehrere Winkelbegriffe gibt, ist schon früher zur Sprache gekommen. Manche Didaktiker wollen uns davon überzeugen, daß nur einer der richtige sei.

Ordnungsliebe ist lobenswert, aber sie sollte nicht so weit gehen, daß man wichtige Begriffe verbietet, weil sie nicht ins System passen.

Mathematik als pädagogische Aufgabe,
Hans Freudenthal, Klett 1973

F. KLEIN

VORTRÄGE ÜBER DEN
MATHEMATISCHEN UNTERRICHT
AN DEN HÖHEREN SCHULEN

Wir kommen jetzt zu den Lehrmethoden. Hier ist zu bemerken, daß dem Lehrer jedenfalls neuerdings ziemlich viel Freiheit in der Behandlung des vorgeschriebenen Stoffs gelassen ist; ganz anders als bei dem Volksschullehrer, der ja in dieser Hinsicht durch die spezifische Ausbildung, von der wir sprachen, und auch durch die Reglements mehr gebunden ist. Hinzu tritt noch der weitere Gegensatz,

Warum sollte man Mathematik lernen, wenn der Computer so gut rechnen kann?

**Empfehlung der Kultusministerkonferenz zur
Stärkung der mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bildung
(Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 07.05.2009)**

Allgemeiner Teil

Wert der MINT-Bildung für das kulturelle Selbstbewusstsein, den Fortschritt und die Gesellschaft

Seit jeher prägen naturwissenschaftlich-technische Erkenntnisse und Errungenschaften das Leben der Menschen. Sie spiegeln die Notwendigkeit und das Bedürfnis wider, die Welt zu begreifen, zu gestalten und sie sich anzueignen. Als Kulturleistungen sind sie ein Bildungsgut von unschätzbarem Wert. Dabei gilt es immer, die Nachhaltigkeit und damit auch die Fragen nach Chancen und Risiken bei der Nutzung naturwissenschaftlicher Erkenntnisse für das Wohl der Menschen in Einklang mit Natur und Umwelt im Blick zu haben.

Wert der MINT-Bildung für die wirtschaftliche Entwicklung des Landes

Für den technologischen und gesellschaftlichen Wandel, für die Sicherung der Lebensgrundlagen auf nationaler und globaler Ebene sowie zur Wettbewerbs- und Konkurrenzfähigkeit in der Globalisierung besitzen die Resultate naturwissenschaftlicher und technischer Forschung eine Schlüsselrolle. Die Wertschöpfung durch Produkte und Dienstleistungen, die dem naturwissenschaftlich-technischen, dem medizinischen, dem informationserzeugenden und –verarbeitenden Bereich zuzuordnen sind, ist eine wesentliche Grundlage unseres Wohlstands und für Wirtschaft und Industrie ein entscheidender Standortfaktor.

Eine technologisch leistungsfähige und innovationsstarke Wirtschaft, die auf Dauer international konkurrenzfähig ist, benötigt erstklassig ausgebildete Naturwissenschaftler, Ingenieure, Techniker und Fachkräfte. Diese Basis auch künftig zu sichern erfordert das Interesse an Naturwissenschaft und

- Computerprogramme (z.B. Tabellenkalkulation, Dynamische Geometrie, Computer-Algebra) sowie Taschenrechner (z.B. mit Graphikfunktion oder CAS) in allen MINT-Fächern verbindlich nutzen

Der Computer ist ein Werkzeug.

Menschen benutzen Werkzeuge.

Werkzeugkompetenz.

[SuS] konstruieren Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamischer Geometriesoftware

“Manche für den Schüler sonst einfach bedienbare Werkzeuge wie z.B. der Zirkel sind bei Cinderella relativ komplex umgesetzt, was zu einer Motivationsabnahme führen kann.”

(Beiermeister 2007)

verachten. Das Zeichnen und Messen erfordert zu geeigneter Zeit eine ebensolche Sorgfalt bei der Einübung, als die Gewöhnung an diese oder jene neue Idee des Lehrgebäudes. Alles dies gilt insbesondere für den Lehrer. Man muß mit einem Instrument, wie dem Lineal oder dem Zirkel, selber viel hantiert haben, damit man lehren kann, es zu gebrauchen. Anderenfalls erlebt man Dinge, wie ich sie einmal

a = cm

b = cm

c = cm

lösen!

$\alpha = 87.2^\circ$ $\beta = 46.8^\circ$ $\gamma = 46^\circ$

E. KLEIN

VORTRÄGE ÜBER DEN
MATHEMATISCHEN UNTERRICHT

AN DEN HÖHEREN SCHULEN

maßen und Winkelmaßen umzugehen. Solche Übungen wären einerseits auf dem Zeichenpapier vorzunehmen, andererseits aber müßte man auch mit den Schülern hinausgehen auf den Schulhof oder einmal aufs Feld, um dort einfache Messungen mit den einfachsten Instrumenten auszuführen. Etwas Ähnliches geschieht bisweilen im

L-Mode

Verbal
Analytic
Symbolic
Abstract
Temporal
Rational
Logical
Linear

R-Mode

NON-VERBAL
SYNTHETIC
CONCRETE
ANALOGIC

NON-RATIONAL
SPATIAL
INTUITIVE
HOLISTIC

Non-linear

An aerial photograph of the Golden Gate Bridge in San Francisco, California. The bridge's iconic red-orange towers and suspension cables are prominent, extending across the blue waters of the Golden Gate Strait. In the background, the city of San Francisco is visible on the left, and the Marin Peninsula is on the right. The sky is a clear, bright blue. The word "Exkursion!" is written in a large, black, sans-serif font in the upper right quadrant of the image.

Exkursion!

TURN IT OFF

PUT IT AWAY

\$15 FINE FOR CELL PHONE USE
DURING CLASS

<http://www.educationandtech.com/2010/08/is-it-legal-for-schools-to-fine.html>

Warum müssen wir uns Gedanken machen?

The screenshot shows the Apple App Store interface. At the top, there's a navigation bar with 'Musik', 'Filme', 'TV', 'App Store', 'Bücher', 'Podcasts', and 'iTunes U'. A search bar is on the right. Below the navigation bar, there are several promotional banners. The central banner is titled 'Back to School' and features the text 'Apps fürs Studium' with illustrations of students using laptops and tablets. To the left, a banner for 'Essentials EINFÜHRUNG IN DIE FOTOGRAFIE' is visible. To the right, a banner for 'SAGO mini doodlecast' shows a cartoon cat painting.

Neu und beachtenswert

App Name	Kategorie	Preis
DragonBox Algebra 5+	Bildung	5,49 €
Zahlenrabe	Spiele	2,69 €
Our Discovery Island: Phonic...	Bildung	Gratis
Night Sky 2	Referenz	0,99 €
Sago Mini Doodlecast	Bildung	1,79 €
Math 42	Bildung	0,89 €
Crazy Machines Golden Gears	Spiele	2,69 €
Babys & Hündchen - ...	Spiele	Gratis
Das Dschungelbuch...	Spiele	Gratis
Happi Lie	Spiel zum	Bildung 1,79 €
Dr. Pandas Flughafen	Bildung	1,79 €
Der Menschliche Körper	Bildung	2,69 €
Dipdap	Spiele	2,69 €
Musyc	Musik	Gratis
Einstein™ Gehirntrainer	Spiele	2,69 €
Montessorie Geometrie - mit...	Bildung	4,49 €
Baue Einen Zug	Spiele	2,69 €
Die Uhr lesen - myBlee	Bildung	3,59 €
Duolingo - Learn Languages for...	Bildung	Gratis
Sofia die	Unterhalt	3,59 €

Alle anzeigen >

iPhone Bildung

Bildung

APP STORE AUF EINEN KLICK

- Elternleitfaden für iTunes
- Apps von Apple
- Einlösen
- Gekaufte Artikel
- Apps für Lehrer
- Dinge erledigen

MEISTGEKAUFTE APPS >

- MATH 42** Math 42 Bildung
- Der Menschliche Körper Bildung
- iTooch Französisch als Fremds... Bildung

In der Schule

- DEUTSCH
- MATHEMATIK
- NATURWISSENSCHAFTEN
- ERDKUNDE
- GESCHICHTE

MEISTGEKAUFTE APPS >

-
Math 42
 Bildung
- Der Menschliche Körper**
 Bildung
- iTooch Französisch als Fremds...**
 Bildung

Screenshots

iPhone

iPad

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1 - x$

▼ Gleichung lösen ✕

- ▶ Variable Terme separieren
 $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + x = 1$
- ▶ Variable Terme gruppieren
 $\frac{61x}{30} = 1$
- ▶ Nenner kreuzweise multiplizieren
 $61x = 30$
- ▶ Polynomterm normieren
 $x = \frac{30}{61}$
- ▶ Nebenrechnung Überprüfe die Lösung
 $x = \frac{30}{61}$

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1 - x$

Terme vereinfachen
 Terme faktorisieren
 Brüche addieren
 Terme anordnen
 Gleichung lösen
 Variable Terme separieren

$x/2 + x/3 + x/5 = 1 - x$

x y z 7 8 9 ← → ✕
 a b c 4 5 6 + * ^
 sin cos tan 1 2 3 - / √
 ln e π 0 . () =

← → 🏠 Fertig

Gleichartige Terme zusammenfassen

Innerhalb von Summen und *Produkten* können gleichartige *Terme* zusammengefasst werden. In Summen sind dies die *Summanden* deren *Variablenanteil* übereinstimmt. Beim Zusammenfassen werden die Zahlanteile *addiert* und als Faktor vor den Variablenanteil gesetzt. Insbesondere Zahlen können direkt addiert werden.

Beispiel:
 $2 \cdot a \cdot b + 3 \cdot a \cdot b = (2 + 3) \cdot a \cdot b = 5 \cdot a \cdot b$

Innerhalb von Produkten können *Faktoren*, deren Basis übereinstimmt, zusammengefasst werden. Der zusammengefasste Term ergibt sich als Potenz mit der (jeweils gleichen) Basis und einem *Exponenten*, der aus der Summe der Einzelexponenten besteht.

Anmerkung: Kommt ein Faktor, der zusammengefasst werden soll, nicht als Potenz vor, so wird mit einem 'gedachten' Exponenten von 1 gerechnet.

Beispiel:

Beschreibung

Schulanfang Aktion — MATH 42 hilft Schülern der 5. bis 12. Klasse bei ihren Mathematik Hausaufgaben mit (1) intelligenten Vorschlägen, wie eine Aufgabe zu lösen ist, (2) symbolischen Schritt

Screenshots

iPhone

iPad

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1 - x$

▼ Gleichung lösen ✕

- ▶ Variable Terme separieren

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} + x = 1$$
- ▶ Variable Terme gruppieren

$$\frac{61x}{30} = 1$$
- ▶ Nenner kreuzweise multiplizieren

$$61x = 30$$
- ▶ Polynomterm normieren

$$x = \frac{30}{61}$$
- ▶ Nebenrechnung Überprüfe die Lösung

$$x = \frac{30}{61}$$

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 1 - x$

- Terme vereinfachen
- Terme faktorisieren
- Brüche addieren
- Terme anordnen
- Gleichung lösen
- Variable Terme separieren

$x/2 + x/3 + x/5 = 1 - x$

x	y	z	7	8	9	←	→	✕
a	b	c	4	5	6	+	*	^
sin	cos	tan	1	2	3	-	/	√
ln	e	π	0	.	(	)	=	

← → 🏠 Fertig

Gleichartige Terme zusammenfassen

Innerhalb von Summen und *Produkten* können gleichartige *Terme* zusammengefasst werden. In Summen sind dies die *Summanden* deren *Variablenanteil* übereinstimmt. Beim Zusammenfassen werden die Zahlanteile *addiert* und als Faktor vor den Variablenanteil gesetzt. Insbesondere Zahlen können direkt addiert werden.

Beispiel:
 $2 \cdot a \cdot b + 3 \cdot a \cdot b = (2 + 3) \cdot a \cdot b = 5 \cdot a \cdot b$.

Innerhalb von Produkten können *Faktoren*, deren Basis übereinstimmt, zusammengefasst werden. Der zusammengefasste Term ergibt sich als Potenz mit der (jeweils gleichen) Basis und einem *Exponenten*, der aus der Summe der Einzelexponenten besteht.

Anmerkung: Kommt ein Faktor, der zusammengefasst werden soll, nicht als Potenz vor, so wird mit einem 'gedachten' Exponenten von 1 gerechnet.

Beispiel:

Beschreibung

Schulanfang Aktion — MATH 42 hilft Schülern der 5. bis 12. Klasse bei ihren Mathematik Hausaufgaben mit (1) intelligenten Vorschlägen, wie eine Aufgabe

Math 42

Cogeon GmbH >

Details **Bewertungen und Rezensionen** Zugehörig

App Store Bewertungen und Rezensionen

Aktuelle Version Alle Versionen

DURCHSCHNITTLICHE BEWERTUNG

Aufgrund von 40 Bewertungen

ZUM BEWERTEN KLICKEN ★★★★★

KUNDENREZENSIONEN

Eine Rezension schreiben App-Support

22 Kundenrezensionen **Nützlichste** ▾

SUPER APP ★★★★★

von Bayern<3 – 16. Jul 2013

Hilft mir wirklich bei den Hausaufgaben!

War diese Rezension hilfreich? Ja | Nein | Ein Problem melden

Now this is something you can work with! ★★★★★

von S V E N J A – 17. Jul 2013

Really well made App. In teaching math it is crucial to make the steps clear and comprehensible. Something the App has definately accomplished. Every single step is described at full length and visually good implemented. Also easy to use!

War diese Rezension hilfreich? Ja | Nein | Ein Problem melden

SUPER APP ★★★★★

von Bayern<3 – 16. Jul 2013

Hilft mir wirklich bei den Hausaufgaben!

Diese App unterstützt nicht das
Mathematiklernen, sondern
„hilft bei den Hausaufgaben“

Sensorlogger

Cinderella

<http://amongstbits.com/sensorLogger.html>

Necessity is the mother of invention.
Play is the father of invention.

Roger von Oech

Im Spiele erfolgt eine freie Entfaltung der sinnlichen und geistigen Triebe (Kräfte) des Kindes. Sie erfolgt in harmonischer Weise, daß keine Kraft die andere zu sehr überflügelt, überwuchert oder erstickt.

Schulrat Franz Kzesnigek, System der Pädagogik als Volkserziehung,

1912

8 Zähne

40 Zähne

Don't dissect a Frog. Build it.

Nicholas Negroponte, MIT

LEGO Mindstorms™ EV3

Welche Sensoren machen Sinn?

<http://www.youtube.com/watch?v=I8VvTENzPGI>

3D

Cheap GPS. (from: xkcd.com)

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

kortenkamp@cermat.org

kortenkamps.net – cermat.org

<http://cinderella.de> (kostenlos!)