МАТЕМАТИКА

ЦИЉ И ЗАДАЦИ

Циљ наставе математике у основној школи јесте: да ученици усвоје елементарна математичка знања која су потребна за схватање појава и законитости у природи и друштву; да оспособи ученике за примену усвојених математичких знања у решавању разноврсних задатака из животне праксе, да представља основу за успешно настављање математичког образовања и за самообразовање; као и да доприносе развијању менталних способности, формирању научног погледа на свет и свестраном развитку личности ученика.

Задаци наставе математике јесу:
- стицање знања неопходних за разумевање квантитативних и просторних односа и законитости у разним појавама у природи, друштву и свакодневном животу;
- стицање основне математичке културе потребне за сагледавање улоге и примене математике у различитим подручјима човекове делатности (математичко моделовање), за успешно настављање образовања и укључивање у рад;
- развијање ученикових способности посматрања, опажања и логичког, критичког, аналитичког и апстрактног мишљења;
- развијање културних, радних, етичких и естетских навика ученика, као и побуђивање математичке радозналости;
- стицање способности изражавања математичким језиком, јасност и прецизност изражавања у писменом и усменом облику;
- усвајање основних чињеница о скуповима, релацијама и пресликавањима;
- савлађивање основних операција с природним, целим, рационалним и реалним бројевима, као и усвајање основних својстава тих операција;
- упознавање најважнијих геометријских објеката: линија, фигура и тела, и разумевање њихових узајамних односа;
- оспособљавање ученика за прецизност у мерењу, цртању и геометријским конструкцијама;
- припрема ученика за разумевање одговарајућих садржаја природних и техничких наука;
- изграђивање позитивних особина ученикове личности, као што су: систематичност, упорност, тачност, уредност, објективност, самоконтрола и смисао за самостални рад;
- стицање навика и умешности у коришћењу разноврсних извора знања.

ШЕСТИ РАЗРЕД

Оперативни задаци

Ученике треба оспособити да:

–схвате потребу увођења негативних бројева, упознају структуре скупова целих и рационалних бројева, појмове супротног броја, реципрочног броја и апсолутне вредности броја;
–упознају и савладају основне рачунске операције у скуповима **Z** и **Q** и потпуно увежбају извођење тих операција, уз коришћење њихових својстава;
–могу да читају и састављају разне једноставније изразе са рационалним бројевима и израчунају њихову бројевну вредност;
–упознају и умеју да решавају једноставније једначине и неједначине у скупу рационалних бројева;
– разумеју процентни начин изражавања и умеју да тај рачун примењују у пракси;
– упознају класификацију троуглова и четвороуглова и знају њихова основна својства;
–схвате релацију подударности и њена својства и умеју да је примењују у извођењу основних конструкција троугла и четвороугла;
–схвате једнакост површина геометријских фигура и науче правила о израчунавању површина троуглова, паралелограма и других четвороуглова;
–примењују правила за израчунавање површине троугла и четвороугла у разним практичним задацима;
–усвајају елементе дедуктивног закључивања (правилно формулисање тврђења; правилно коришћење свих везника "и", "или", а нарочито"ако ... онда ... " и "ако и само ако"; осете потребу за извођењем доказа и умеју да то раде у случају једноставнијих случајева).

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Цели бројеви

Појам негативног броја. Скуп целих бројева (**Z**). Цели бројеви на бројевној правој.
Супротан број. Апсолутна вредност целог броја. Упоређивање целих бројева.
Основне рачунске операције с целим бројевима и њихова својства.

Рационални бројеви

Скуп рационалних бројева (**Q**). Приказивање рационалних бројева на бројевној правој. Уређеност скупа **Q**.
Рачунске операције у скупу **Q** и њихова својства.
Изрази с рационалним бројевима.
Једначине и неједначине упознатих облика – решавање и примена.
Проценат и примене.

Троугао

Троугао; однос страница, врсте троуглова према страницама. Углови троугла, збир углова, врсте троуглова према угловима. Однос између страница и углова троугла.
Конструкције неких углова (60°, 120°, 30°, 45°, 75°, 135°).
Подударност троуглова (интерпретација). Основна правила о подударности троуглова; закључивање о једнакости аналогних елемената. Основне конструкције троуглова.
Описана кружна линија око троугла и уписана у њега, висина и тежишна дуж. Четири значајне тачке у троуглу и њихова конструкција.

Четвороугао

Четвороугао; врсте четвороуглова (квадрат, правоугаоник, паралелограм, ромб, трапез, делтоид); углови четвороугла.
Паралелограм, својства; појам централне симетрије. Врсте паралелограма; правоугли паралелограми. Конструкције паралелограма.
Трапез, својства, средња линија; врсте трапеза, једнакокраки трапез. Основне конструкције трапеза.

Површина четвороугла и троугла

Појам површине фигуре - површина правоугаоника.
Једнакост површина фигура. Површина паралелограма, троугла, трапеза. Површина четвороугла с нормалним дијагоналама.

Напомена: Обавезна су четири једночасовна школска писмена задатка годишње (са исправкама укупно 8 часова).

НАЧИН ОСТВАРИВАЊА ПРОГРАМА

Због лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама по моделу (укупан број часова за тему; бр.часова за обраду, бр.часова за понављање и увежбавање)

Цели бројеви (24; 9 + 15)

Рационални бројеви (45; 17 + 28)

Троугао (30; 13 + 17)

Четвороугао (20; 8 + 12)

Површина четвороугла и троугла (17; 7 + 10)

Цели бројеви. Проширивањем система N_0, природних бројева са нулом, настаје систем целих бројева Z, као скуп који је проширен негативним целим бројевима и на који се, са N_0, такође проширује значење операција и релација. Дидактичка мотивација да се крене са овим проширењем као првим, а не да се одмах иде на проширење до скупа Q рационалних бројева, састоји се у томе што је то проширење једноставније и што су интерпретације на бројевној правој јасније. С друге стране, прстен Z целих бројева је значајна математичка структура сама по себи, па и ту његову аутономност треба имати у виду.

Први корак у овом проширењу чини додавање негативних целих бројева скупу N_0, а природни бројеви у том ширем скупу слове као позитивни цели бројеви. Уз то треба истаћи значење тих бројева које они имају на разним скалама (термометрарској, табли лифта, итд.). Кад је n ознака за природне бројеве, -n биће ознака за негативне бројеве и при том:

n и –n чине *пар супротних бројева,*

n је *апсолутна вредност* за оба броја: n и –n.

Поређење целих бројева ослања се интуитивно на њиховом представљању тачкама на бројевној правој и прати представу о распореду тих тачака. Уз ту представу иде и она о усмереној дужи као „ходу“ од тачке нула до тачке која представља тај број. Термин „усмерена дуж“ не треба користити у актуелној настави јер то представљање остаје на нивоу графичких техника.

Сабирање у скупу Z интерпретира се као настављање „ходова“ тј. настављање усмерених дужи. После рада са конкретним примерима (који би били систематски груписани и записивани, као на пример, (-7) + 4, (-3) + (-5) итд.) прелази се на дефинисање збира:

1. $m > n$: $m + (-n) = m - n$, $(-n) + m = m - n$, $(-m) + (-n) = -(m + n)$
$(-n) + (-m) = -(m + n)$,

2. $m < n$: $m + (-n) = -(n - m)$, $(-n) + m = -(n - m)$, $(-m) + (-n) = -(n + m)$
$(-n) + (-m) = -(n + m)$.

Ово расчлањивање је издвајање типичних случајева у којима поступак сабирања увек има нешто специфично и како, у ствари, изводимо сабирање конкретних бројева.

Из горње дефиниције непосредно следи закон комутативности. Асоцијативност сабирања је одмах прихватљива кад се види као слагање „ходова“, али се може и доказати у једном броју случајева (а у свим осталим доказивање дати као вежбања сврстана међу задатке). Одузимање у систему Z дефинише се као сабирање са супротним бројем, па је потребно истаћи да је сад, у овом систему, та операција увек изводљива.

После изградње система (Z, +) – адитивне групе целих бројева, прелази се на увођење множења и изградњу система (Z, +, ·) – прстена целих бројева. Прво се дефинише множење са позитивним бројем (које се схвата као поновљено сабирање):

$$n\cdot(-m) = -n\cdot m$$

(Знак остаје исти али се апсолутна вредност повећава n пута). Затим се осмишљава множење са -1, као преусмеравање дужи (тј. као симетрија у односу на тачку 0). По дефиницији је:

$$(-1)\cdot a = -a.$$

Множење са –n узима се као преусмеравање и повећање апсолутне вредности n пута:

$$(-n)\cdot m = -n\cdot m, \quad (-n)\cdot(-m) = n\cdot m$$

(Позитивне бројеве не треба писати као: +n, нити натрпавати заграде сем где се мења смисао или где би два знака стајали један уз други).

Својства комутативности и асоцијативности множења изводе се на основу ове дефиниције (опет у случају пар примера, а остали случајеви се уврсте међу задатке). Свуда прво долазе конкретни примери множења, па се после њих дају горе наведене опште формулације. Такође, и на сличан начин, треба извести дистрибутивни закон.

Уврстимо и ову важну **напомену**: наративно изражавање дефиниција и својстава је дидактички врло оправдано, али оно мора да следи иза математички прецизних формулација а не да им претходи. На крају ове теме треба дати преглед основних својстава (која истичу структуру уређеног прстена) користећи a, b, c, итд. као ознаке за променљиве (а не оне којима се истиче знак целог броја).

Рационални бројеви. Проширење скупа Q_+ позитивних рационалних бројева тече на потпуно аналоган начин као и проширење скупа N_0, при чему се треба позивати на одговарајуће поступке примењене у случају конструкције система Z и тиме скраћивати излагање. Кад је $r \in Q_+$, негативне рационалне бројеве треба означавати пишући –r и такође избегавати непотребно натрпавање заграда. Дељење у систему рационалних бројева Q осмишљава се као множење реципрочним бројем, па треба истаћи да је сад та операција увек изводљива (сем дељења са 0, кад треба рећи да такво дељење нема смисла). На крају, систематизују се основна својства карактеристична за систем Q као за структуру која је уређено поље.

Тему **решавање једначина и неједначина** обрађивати после проширења бројевних система до скупа Q рационалних бројева. Тек са овим скупом то решавање је изводљиво без познатих ограничења (а уз проширење Z, довољно је навести решивост једначина облика $x + b = c$ у том скупу). Једначина $ax + b = c$ решава се у два корака: $ax = b – c$ (веза сабирања и одузимања), $x = (b – c): a$ (веза множења и дељења). Пошто се лако доказује да израз ax расте са x, ако је $a>0$, а опада ако је $a<0$ (из $x_1 > x_2$ следи да је разлика $ax_1 – ax_2 = a(x_1 – x_2)$ позитивна за $a > 0$, а негативна за $a< 0$), решавање неједначине $ax + b > c$ изводи се тако што се прво реши једначина $ax + b = c$ и нађе њено решење x_0, па је тада решење ове неједначине $x > x_0$ за $a > 0$, а $x < x_0$ за $a < 0$. Дакле, примењује се иста метода коју су ученици упознали у претходна два разреда. Слично се решава и неједначина $ax + b < c$. С једне стране овакав поступак је инструктивнији, јер се истиче једно важно својство које касније слови као монотоност линеарне функције, а с друге стране решење се „лови“, а не поступа се формалније истицањем еквивалентних услова. Кад се бирају нешто сложенији примери једначина и неједначина, променљива x треба да само једанпут фигурише (нпр. $3\cdot(7x – 4) = 25$ и сл.). Решавајући текстуалне проблеме састављањем и решавањем одговарајућих једначина и неједначина, користи се ова врста математике у случају практичних задатака и тако сагледава њена примена.

Појму **процента** треба посветити посебну пажњу као начину исказивања количинских односа који се јављају у свакодневној употреби. Међутим, не треба од тог стварати „процентни рачун“, изводећи и памтећи посебна правила и обрасце. Једноставно, проценте треба схватити као разломке са имениоцем 100, а ученици треба да науче значење израза као што су „чини 60%“, „снижено за 7%“, „производња је повећана за 12,5%“ итд.

Геометрија. У овом периоду наставе математике дају се дефиниције геометријских фигура: троугла, квадрата, правоугаоника, ромба, паралелограма, трапеза и четвороугла исказане истицањем њихових карактеристичних својстава (и у терминима страница и углова). Треба истицати и логичку класификацију класа ових фигура (квадрат је правоугаоник, правоугаоник је паралелограм). У класи троуглова, осмислити релацију подударности изражавајући је преко једнакости елемената – страна и углова троугла. Извести једноставна тврђења о збиру углова у троуглу и спољашњем углу троугла, о висини као симетрали једнакокраког троугла, о односу страна и углова троугла.

Запазити да се четвороугао разлаже на троуглове, па однос подударности користи и за извођење неких лаких својстава појединих врста четвороуглова: једнакост дијагонала правоугаоника, нормалност дијагонала код ромба, узајамно половљење дијагонала паралелограма и сл. Пошто ће ово бити први примери дедуктивног закључивања, доказе треба изводити по јасном плану и са јасно истакнутим претпоставкама и процедурама доказивања. Не треба користити појам подударности примењујући га на произвољне фигуре (сем, могуће, у случају паралелограма и трапеза, кад може имати смисао разложиве подударности).

Треба се ослањати на карактеристична (и изведена) својства при извођењу једноставнијих конструкција поменутих геометријских фигура и конструкцији са њима повезаних елемената (значајних тачака, дужи, углова). Конструкције у геометрији имају велики образовно-развојни значај јер се тиме, на овом нивоу наставе, доказује егзистенција геометријских објеката чији су елементи задати.

Једначење површина геометријских фигура осмишљава се на класични начин, ослањајући се на појмове разложиве и допунске једнакости. Сама површина фигуре схвата се као магнитуда (величина) тј. постоји самим постојањем дате фигуре и не изражава се као однос према датој јединичној магнитуди, сем кад је тако то посебно формулисано (дајући дужине у центиметрима и сл.). При том се узима да су површине подударних троуглова једнаке, а за правоугаоник чије су дужине страница изражене са a и b, узима се да је његова површина $a \cdot b$. Кад су странице a и b изражене мерним бројевима, релативно дата дужинска јединица, израз $a \cdot b$ схвата се као производ бројева којим се површина изражава преко одговарајуће јединице за површину. Полазећи од површине правоугаоника, допуњавањем и разлагањем, изводе се формуле за површину паралелограма, троугла и трапеза.

Свакако треба укључити практичне примене рачунања површина реалних објеката на што, уосталом, асоцира сами назив „геометрија“.

Додајмо као општу напомену да је инструктивно да се уз све садржаје наводе историјски подаци, указујући на време, прилике и значајне ствараоце у тим далеким временима, али додајући и коментаре којима се указује на предност савременог излагања математике.

ДОДАТНА НАСТАВА

Садржаји додатне наставе морају, пре свега, бити везани за садржаје овог разреда и на тај начин бити њихова интензивнија обрада. Уз то, могу да се изаберу и све друге занимљиве теме водећи рачуна да су битно садржајне. Препоручује се да руководиоци стручних већа контактирају добро афирмисане стручне институције, као што су КММ "Архимедес", Друштво математичара Србије, Математичка гимназија, итд.