



- [HOME](#)

Estudio ICMI 16

Matemáticas retadoras dentro y fuera del aula

Documento de discusión

De vez en cuando [ICMI](#) (Comisión Internacional de Instrucción Matemática) organiza estudios para investigar, a profundidad y en detalle, campos particulares de interés en educación matemática. El presente escrito constituye el Documento de Discusión para el próximo estudio, ICMI Study 16, *Matemáticas retadoras dentro y fuera del aula*.

1. Introducción

La matemática es atractiva, útil y creativa. ¿Qué podemos hacer para que sea más accesible para un mayor número de personas?

Acciones recientes que tienen la intención de desarrollar la creatividad matemática de los estudiantes incluyen el uso de investigaciones, de problemas, de diarios o memorias de pensamientos y reflexiones, y de un gran número de otros recursos.

Las iniciativas que se han adelantado alrededor del mundo han variado en cuanto a su calidad y han encontrado diferentes grados de éxito. Nuevas tecnologías nos han permitido refinar nuestros esfuerzos y redefinir nuestras metas. Es el momento de evaluar lo que se ha hecho, estudiar las condiciones de éxito y determinar algunas orientaciones hacia el futuro.

De acuerdo con estas perspectivas, ICMI se ha embarcado en su Décimosexto Estudio, para examinar la matemática retadora dentro y fuera del aula de clase, y como parte de ello está preparando una Conferencia que se llevará a cabo en Trondheim, Norway del 27 de junio al 3 de julio de 2006 en la cual un grupo invitado de matemáticos y educadores en matemáticas, de todo el mundo, analizarán en detalle este asunto y producirán un informe.

El presente documento sugerirá puntos específicos para ser investigados e invitará a los que podrían contribuir a la discusión a presentar un escrito a consideración del Comité Internacional de Programa para que éste seleccione a quienes asistirán a la conferencia.

Finalmente, con base en las contribuciones a la Conferencia, se editará un libro (el Tomo del Estudio). Este libro reflejará el estado del arte de las matemáticas retadoras dentro y fuera del aula

y sugerirá direcciones para proseguir el desarrollo en investigación y en práctica.

Los autores del presente Documento de Discusión son los miembros del Comité Internacional de Programa (IPC) para este Estudio ICMI. El comité está conformado por 13 personas de diferentes países, cuyos nombres están en la lista que se encuentra al final del documento. La estructura de este documento de discusión es la siguiente. En la sección 2 definimos y explicitamos los términos básicos utilizados en el Estudio. En la sección 3 examinamos el contexto actual, elaboramos una lista de ejemplos de la práctica actual, observamos cambios sucedidos en años recientes e identificamos problemas. En la sección 4 proponemos varias preguntas críticas cuyo análisis conducirá a los resultados del Estudio. En la sección 5 solicitamos contribuciones y esbozamos el proceso que llevará a cabo el Estudio.

2. Descripción

(a) Retos

¿Qué es un reto matemático? Aun cuando éste podría ser un tema de discusión a desarrollar en el marco de la Conferencia del Estudio, ofrecemos unos planteamientos preliminares para proporcionar bases al debate.

Una respuesta es que un reto tiene lugar cuando una persona enfrenta un problema cuya resolución no está a la vista y para el cual no parece haber ningún método estándar de solución. Por lo anterior, la persona debe adelantar alguna reflexión y análisis de la situación, posiblemente trayendo a cuenta diversos factores. Quienes enfrentan un reto deben tomar la iniciativa y responder a eventualidades imprevistas con flexibilidad e imaginación.

Nótese que la palabra `reto' denota una relación entre una pregunta o una situación y un individuo o un grupo. Hallar las dimensiones de un rectángulo de perímetro dado con mayor área no es un reto para alguien familiarizado con los algoritmos del cálculo, o con ciertas desigualdades. Pero sí es un reto para un estudiante que encuentra esta situación por primera vez. Hay que calibrar el reto para que la audiencia quede perpleja pero tenga los recursos para llevarlo a feliz término. El análisis de una situación no necesariamente es difícil, pero debe ser tanto interesante como atractivo.

Se tiene alguna evidencia que el proceso de lograr dar estructura a una situación retadora puede llevar a que se desarrollen métodos nuevos y más poderosos de solución. Uno puede tener éxito al medirse a un reto, o no tenerlo, pero el mismo proceso de enfrentar sus dificultades puede resultar en un entendimiento más amplio. La presentación de retos matemáticos puede proporcionar la oportunidad de experimentar el descubrimiento independiente, por medio del cual uno puede adquirir nuevo entendimiento profundo y un sentido de poder personal. Entonces, el enseñar por medio del uso de retos puede incrementar el nivel del entendimiento y de la atracción que siente el estudiante por las matemáticas.

Notamos que hay varios términos que a veces se utilizan para describir cosas semejantes, pero que tienen en efecto significados muy distintos. Estos términos incluyen las expresiones `reto', `solución de problemas' y `enriquecimiento'. Arriba hemos elaborado acerca de lo que entendemos por el término `reto'. La expresión `solución de problemas' aparentemente hace referencia a metodología, pero la solución de problema se asocia frecuentemente con una situación retadora. `Enriquecimiento' sería el proceso de extender la experiencia matemática más allá del currículo. Esto puede suceder o no en el contexto de un reto.

(b) ¿Cómo proporcionamos retos?

La matemática puede retar a los estudiantes tanto dentro como fuera del aula de clase. El aprendizaje tiene lugar en muchos contextos. Los llamados círculos matemáticos, clubes, competencias, exhibiciones, materiales recreativos, o simples conversaciones con pares, pueden ofrecer oportunidades para que los estudiantes estén expuestos a retos, tanto en el aula como más allá de ella.

En estas iniciativas, el papel del profesor es central. Es el profesor quien enfrenta la tarea difícil de mantener vivas en el aula de clase la espontaneidad y creatividad que los estudiantes puedan mostrar fuera de ella.

Notamos que muchos profesores no seleccionan los problemas a tratar en una lección por su propia cuenta, sino simplemente siguen lo que se da en un texto. En este contexto el papel de buenos textos y libros con selecciones de problemas es muy importante. Para proveer un reto no sólo se debe incluir problemas retadores, sino también, algo que con frecuencia ayuda más, se debe construir pequeños conjuntos de problemas que conducen a un estudiante a partir de unos hechos y ejemplos muy sencillos hacia otros más profundos y retadores. Por medio de una cuidadosa selección de problemas y organización de la estructura de textos, los autores pueden ayudar mucho a los profesores a proporcionar retos a sus estudiantes. Puede suceder que un estudiante con un buen libro puede desarrollar un interés en la matemática sin ayuda del profesor.

Igualmente central es el apoyo del público en general. Dado que los niños son producto de su ambiente social en conjunto, necesitan el apoyo de los adultos en su medio para adquirir una comprensión y apreciación de la matemática. Y, al apoyar a la nueva generación, el compromiso de los ciudadanos con la matemática abrirá nuevas oportunidades para su propio crecimiento personal y el bien público.

Para nosotros es importante retar a estudiantes de todo nivel de motivación, antecedentes y habilidad. Estudiantes que tengan una alta motivación necesitan retos para que no dejen de dirigir sus mentes activas hacia las matemáticas y abandonarlas por otras áreas que encuentran más atractivas. Los retos matemáticos pueden servir para atraer a estudiantes que llegan a la escuela con un menor nivel de motivación; tales estudiantes pueden aprender a partir de material retador más de lo que pueden aprender del dominio de algoritmos o métodos rutinarios.

Es particularmente importante, aunque difícil, proporcionar retos para estudiantes que deben luchar para aprender matemáticas. Es demasiado fácil que estudiantes con dificultades para aprender, se contenten con lograr competencia en o dominio de la matemática algorítmica, y que no intenten pensar acerca de la matemática de una manera más profunda. Sin embargo, algunos maestros practicantes han encontrado que aun el aprendizaje de materiales rutinarios puede mejorarse cuando sucede en un ambiente retador.

Son particularmente valiosas las situaciones que pueden usarse para retar a todo estudiante, sin tener en cuenta sus antecedentes o su nivel motivacional.

El proceso de proporcionar a los estudiantes situaciones retadoras en sí presenta un reto para educadores. Algunos de estos retos son matemáticos. El profesor o maestro debe poseer un conocimiento amplio y profundo de la matemática que enseña, para poder apoyar a los estudiantes que están trabajando con materiales no estándar. Otros retos para el profesor son pedagógicos. Al ensanchar los tipos de experiencia que los estudiantes pueden tener, el profesor debe además incrementar su conocimiento de cómo el estudiante aprende así como afinar su habilidad de

interpretar lo que el estudiante expresa. Es responsabilidad de la comunidad de matemáticos y de educadores de matemáticas apoyar al profesor en estos aspectos de su crecimiento.

(c) ¿Dónde se encuentran los retos?

- Las situaciones retadoras proporcionan una oportunidad para hacer matemáticas, y para pensar matemáticamente. Algunas son similares a las actividades del matemático profesional. Estas incluyen:

Solución de problemas no rutinarios

Creación y planteamiento de problemas

Trabajo con solución de problemas sin lograr solución completa

Investigaciones llevadas a cabo individualmente

Investigaciones llevadas a cabo colaborativamente en equipos

Proyectos

Investigaciones históricas

Discusiones a nivel de toda la clase organizadas en búsqueda de la solución de un problema, un rompecabezas o un sofisma

- Otros retos se parecen menos a la matemática formal. Estos son atractivos de una manera distinta, llevando hacia la matemática desde otros contextos. Algunos de éstos son:

Juegos

Rompecabezas

Construcción de modelos

Trabajo con manipulativos

- Hay aun otros retos que establecen nexos entre la matemática y otros campos del saber. Algunos ejemplos son:

Matemáticas y otras ciencias

Matemáticas y las humanidades

Matemáticas y las artes

Problemas tomados del mundo real

- Se pueden encontrar retos en una variedad de lugares y medios, incluyendo:

Aulas de clase

Competencias

Clubes, círculos o casas matemáticos

Estudio independiente

Conferencias expositivas

Libros

Artículos y trabajos

Revistas

Sitios web

Centros de ciencia

Exhibiciones

Festivales, tales como días matemáticos

Campamentos matemáticos

3. Contexto actual

(a)Prácticas y ejemplos

Hay muchas formas que actualmente se están empleando para retar a estudiantes. Estos retos tienen lugar tanto dentro como fuera de la escuela e incluyen tanto a estudiantes como a miembros del público general. Adicionalmente pueden ser clasificados en diferentes categorías tales como competencias, solución de problemas, exhibiciones, publicaciones, y otra categoría que puede llamarse, de manera aproximada, 'asambleas matemáticas'. Más adelante haremos referencia a algunos casos particulares en los cuales se organizan retos. Para ilustrar esto hemos utilizado algunos ejemplos que conocemos los miembros del Comité Internacional de Programa.

COMPETENCIAS

Competencias inclusivas y exclusivas

Hay muchas competencias bien conocidas como [la Olimpiada Internacional de Matemáticas](#) (IMO) y [el Canguro de Matemáticas](#). La primera involucra un número pequeño de estudiantes de muchos países (ejemplo de una competencia exclusiva), mientras que la segunda involucra a miles de estudiantes en Francia y el resto de Europa (un ejemplo de una competencia inclusiva). Detalles de éstas y muchas otras competencias pueden encontrarse en los sitios web de los mismos, o en la revista [Mathematics Competitions](#) publicada por la World Federation of National Mathematics Competitions.

La palabra 'competencia' puede inicialmente producir una imagen de rivalidades entre estudiantes individuales con 'ganadores' y 'perdedores'. Mientras que esto puede ser cierto en algunas situaciones, no siempre es así. Aun en la IMO, donde tanto prestigio como medallas están en juego, se da más cooperación que rivalidad fuera del aula de competencia. En toda competencia el estudiante trabaja 'contra el problema' mas que 'contra el otro', y hay situaciones en las cuales la meta es más 'vencer el problema' que 'ganar'. Existen competencias en las cuales los estudiantes deben proponer problemas para que los resuelvan otros estudiantes, en lugar de la situación tradicional en la cual unos organizadores impongan los problemas. Más adelante damos ejemplos de dos competencias que son diferentes en alguna medida de las competencias en las cuales los estudiantes esencialmente se someten a un examen.

Una competencia exclusiva de tipo interactivo

La competencia *Euromath* es una copa europea de matemáticas. Cada equipo está integrado por 7 personas: estudiantes desde el nivel de la escuela primaria hasta la universidad, y un adulto. Se seleccionan, con base en su trabajo con juegos lógicos, los seis mejores equipos para que tomen parte en la competencia final. En la final, estos equipos trabajan delante de espectadores. Para ganar un equipo debe ser rápido y poseer buen conocimiento matemático, pero el punto más importante es 'l'esprit d' équipe'.

Otro modelo de un a competencia inclusiva

KappAbel es una competencia nórdica para estudiantes de catorce años en la cual participan clases enteras en grupo. Las primeras dos rondas constan de problemas que se distribuyen en el Internet y que son bajados por el profesor. Dentro de un límite de tiempo de 90 minutos, la clase discute los problemas y decide como responder a cada uno. La tercera ronda está dividida en dos partes: un proyecto de aula sobre un tema dado (que termina con un informe, una presentación y una

exhibición) y una sesión de solución de problemas que se adelanta a manera de carrera de relevos en la que dos niños y dos niñas representan a la clase. Tópicos temáticos recientes han sido las matemáticas y las tradiciones artesanales locales (2000), matemáticas en juegos y recreación (2001), matemáticas y deportes (2002), matemáticas y tecnología (2003), y matemáticas y música (2004). Los tres mejores equipos se enfrentan al día siguiente en la ronda final, que es una sesión de solución de problemas en la cual los equipos que no resultaron finalistas componen la audiencia.

EL USO DEL RETO EN EL AULA DE CLASE

Solución de problemas

La expresión 'solución de problemas' se ha empleado para abarcar una variedad de experiencias, pero aquí empleamos estas palabras para significar el permitir a los estudiantes trabajar en problemas cerrados que no están en capacidad de solucionar de manera inmediata. De allí que los estudiantes necesitan aplicar su conocimiento de contenidos matemáticos así como su ingenio, intuición y un abanico de destrezas metacognitivas para poder llegar a una respuesta.

La solución de problemas se usa frecuentemente en el aula de clase como un ejercicio solitario que puede estar relacionado con el currículo principal en matemáticas o no. Puede verse así como un relleno que muchos estudiantes pueden disfrutar pero que no es central a la actividad del aula de matemáticas.

Tanto las investigaciones como los proyectos pueden ser ejercicios extendidos de solución de problemas en los cuales los estudiantes indagan acerca de problemas más difíciles durante un lapso mayor a una hora normal de clase. Frecuentemente éstos involucran un informe escrito.

Algunos maestros utilizan problemas para desarrollar las ideas, el conocimiento y la comprensión que deben adquirir los estudiantes frente al material curricular; se puede decir que ellos están empleando un 'enfoque de solución de problemas'. Este enfoque puede reflejar la naturaleza creativa de la matemática y dar a estudiantes un sabor de la forma como la matemática es desarrollada por matemáticos investigadores. Ejemplos, tanto de lecciones en solución de problemas como de lecciones que asumen un enfoque de solución de problemas pueden encontrarse en el sitio web www.nzmaths.co.nz.

Retos en la educación tradicional: un ejemplo

Un método tradicional en la escuela primaria japonesa es el resolver un problema por medio de una discusión adelantada por toda la clase. A manos de un maestro diestro, los niños pueden aprender más de lo que el currículo pretende. Por ejemplo, supongamos que se les asigna el problema de dividir $4/5$ por $2/3$. Un estudiante podría observar que 6 es el mínimo común múltiplo de 2 y 3, y escribir

$$(4/5)/(2/3) = (4 \times (6/2))/(5 \times (6/3)) = (4 \times 3)/(5 \times 2) = 12/10.$$

Los niños pueden llegar a comprender que este método es equivalente al algoritmo estándar y que el método puede emplearse con otras fracciones seleccionadas. Desde el punto de vista del maestro, la dinámica es impredecible, y así se requiere que el maestro tenga una comprensión matemática profunda y destrezas confiables para poder manejar la situación. Pero cuando este enfoque tiene éxito, los niños realmente profundizan su experiencia matemática.

EXHIBICIONES

Las exhibiciones, en el sentido de reunir materiales para que la gente los vea e interactúe con ellos, están volviéndose cada vez más comunes. Estas normalmente se dan fuera del aula y pueden estar diseñadas tanto para el público en general como para estudiantes. También pueden llevarse a cabo en una variedad de escenarios, desde la escuela hasta museos, centros comerciales o al aire libre. Mencionamos varios ejemplos.

La idea de un centro de ciencia es la de presentar al público fenómenos científicos para que sean manipulados. Esto significa que los visitantes experimentan un reto a partir de un experimento real y luego intentan comprenderlo. Algunos centros de ciencia cuentan con unos pocos experimentos matemáticos, pero también hay centros de ciencia dedicados exclusivamente a la matemática, por ejemplo [Mathematikum](#) en Alemania o [Giardino di Archimede](#) en Italia. Estos centros permanentes, que son mejores si se visitan con guía, atraen a decenas y centenas de miles de personas cada año.

También hay exhibiciones anuales, que varían en sus contenidos de un año a otro. Un ejemplo de ellas que también atrae decenas de miles de visitantes es [Le Salon de la Culture Mathématiques et des Jeux](#) en París. Adicionalmente, también hay exhibiciones ocasionales, tales como la exhibición *Experiencing Mathematics*, auspiciada por UNESCO e ICMI conjuntamente con otras organizaciones, y que fue presentada en el Congreso Europeo de Matemáticas, 2004, y en el Décimo Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME-10).

Una exhibición puede tener un tema especial, como la que hay en la Universidad de Modena y Reggio Emilia que se concentra en [las máquinas matemáticas](#). Estas máquinas son copias de instrumentos históricos que incluyen dispositivos para trazar curvas, instrumentos para dibujar con perspectiva e instrumentos para resolver problemas.

Los instrumentos para museos, laboratorios o centros matemáticos pueden ser muy costosos. Para uso en el aula de clase puede ser que haya kits a la venta con información acerca de su posible uso en el salón de clase.

PUBLICACIONES, INCLUYENDO INTERNET

Publicaciones, que incluyen como mínimo libros, revistas, sitios web, CDs, juegos y software, usualmente son accesibles a una audiencia amplia.

Revistas escolares de matemática

Hay muchos ejemplos alrededor del mundo de revistas diseñadas para estimular el interés de los estudiantes por la matemática. Estas revistas contienen artículos históricos, artículos que exponen cuestiones de actualidad en investigación, tales como el problema de los cuatro colores o el último teorema de Fermat, y rincones de problemas, donde se proponen problemas nuevos, donde se tratan otros problemas recientes de Olimpiadas y donde los estudiantes pueden remitir sus propias soluciones. Ejemplos de tales revistas en el Bloque Oriental, donde las tradicionales son más antiguas, son *Kömal* (Hungría) y *Kvant* (Rusia). En el Occidente ejemplos sobresalientes son *Cruce Mathematicorum* (Canadá), *Mathematics Magazine* y *Mathematical Spectrum* (United Kingdom).

Libros

Hay muchas publicaciones que enriquecen y retan el interés del estudiante en la matemática. En inglés la Mathematical Association of America tiene un catálogo masivo y la Australian Mathematics Trust tiene un número significativo de publicaciones. En ruso hay también unos

recursos muy ricos, tradicionalmente publicados por Mir. En el idioma francés *la Kangourou* y otras editoriales tienen un catálogo prodigioso, al igual que la Chiu Chang Mathematics Education Foundation en lengua china. Esta lista se refiere únicamente a idiomas principales. Suponemos que sería imposible pretender elaborar una lista de referencias individuales en el presente Estudio. Creemos que será suficientemente difícil intentar identificar las editoriales principales.

Internet

Hay una cantidad de ejemplos en los cuales las personas pueden unirse a una aula de clase en Internet. El aula electrónica a cargo de Noriko Arai es una aula virtual a la que puede unirse cualquier persona interesada en matemáticas simplemente registrándose para ello. El aula está a cargo de y supervisada por un número reducido de matemáticos, llamados moderadores. Lo usual es que uno de ellos propone un problema tal como “caracterizar una fracción que es un decimal finito”. Luego comienzan las discusiones. Un estudiante podría dar una idea vaga para resolver el problema, o una respuesta parcial o plantear una pregunta, y otros estudiantes harán comentarios acerca de ella o mejorarán las ideas dadas por otros. Los moderadores animan las discusiones, dando sugerencias a manera de pistas cuando sea necesario. Usualmente las discusiones terminan con una respuesta completa. A veces un nuevo problema surge a raíz de la discusión. Si no, otro problema será propuesto por un moderador.

N. Arai desarrolló software para que solamente estudiantes pertenecientes al aula tuvieran acceso a las discusiones. En este ambiente un niño tímido o una persona mayor que no sea fuerte en matemáticas, puede sentirse más cómodo para unirse a las discusiones.

“Asambleas matemáticas”

Estas actividades se dirigen a grupos de personas que por lo general se reúnen en un lugar para recibir clases de un experto o grupos de expertos. Estamos pensando aquí en grupos tales como clubes de matemáticas, días matemáticos, escuelas de verano, clases maestras, campamentos matemáticos, festivales matemáticos, y así sucesivamente. A continuación se dan cinco ejemplos específicos que se refieren a días matemáticos, clases investigativas y clases industriales.

Hay muchos ejemplos alrededor del mundo de días matemáticos en los cuales se reúnen equipos de estudiantes de varias escuelas. En el transcurso del día participan en varios eventos individuales y por equipos en un ambiente agradable; adicionalmente puede haber unas clases expositivas.

Clubes de matemáticas

El mundo provee muchos ejemplos de clubes de matemáticas (o círculos matemáticos como a veces se denominan) para estudiantes que se reúnen a intervalos regulares en su municipio o ciudad para resolver problemas nuevos. Con alguna frecuencia estos clubes utilizan una competencia realizada por correspondencia, como el *Torneo Internacional de Municipios* ([International Mathematics Tournament of Towns](#)) como un foco para sus actividades. Estos clubes por lo general son coordinados por académicos locales, estudiantes de doctorado o maestros que trabajan voluntariamente.

Casas de matemáticas

En Irán, un equipo de maestros y profesores universitarios han establecido algo llamado [Casas de matemáticas](#) ubicadas en todo el país. Las Casas tienen el propósito de proporcionar oportunidades para que estudiantes y maestros de todos los niveles puedan experimentar el trabajo en equipo y comprometerse en la búsqueda de un entendimiento más profundo de la matemática por medio del

uso de tecnologías informáticas y estudios independientes. Competencias por equipos, competencias electrónicas, el uso de la matemática en el mundo real, estudios de la historia de la matemática, los nexos entre la matemática y otras áreas como arte y ciencias, conferencias generales expositivas, exhibiciones, talleres, campamentos de verano y festivales anuales son algunas de las actividades matemáticas y no clásicas de estas Casas.

Clases investigativas

En Alemania durante varios años el premio para los ganadores de una competencia de matemáticas ha sido una invitación de un *Modellierungswoche*. En él, grupos de 8 estudiantes conjuntamente con dos profesores trabajan en un problema, concerniente a una aplicación real, propuesto por la industria local. Muchos de éstos son problemas de optimización. La solución por lo general requiere modelamiento, análisis matemático y la elaboración de un programa de computador.

Tomando otro ejemplo, en *Maths en jeans* cada equipo trabaja en colaboración con un investigador universitario quien ha propuesto un problema, preferiblemente relacionado con su investigación, en el cual los estudiantes trabajan por un período largo de tiempo (a veces durante la totalidad del año escolar).

(b) Tendencias

Parece que, con pocas excepciones, las tendencias macro son positivas. Por ejemplo, hay muchas competencias nuevas que están diseñadas para un rango más amplio de estudiantes de los que se atienden en las competencias más tradicionales estilo olimpiadas, e incluyen niños más jóvenes que tradicionalmente se ha hecho. Varias competencias ahora involucran grupos de estudiantes en lugar de estudiantes individuales.

También en años recientes se ha incluido el tema de solución de problemas dentro de los currículos en varios países. Sin embargo, sin acciones de desarrollo profesional para profesores, puede ser que este tema todavía no se encuentre en el currículo que en efecto se desarrolla en el aula.

En esta misma línea, parece que hay un número creciente de exhibiciones matemáticas. Por lo general, en épocas anteriores, las exhibiciones matemáticas se encontraban en los centros de ciencia, pero ahora hay un número mayor de exhibiciones dedicadas únicamente a las matemáticas. Y, al contrario de realizarse en escenarios similares a los museos, hay exhibiciones matemáticas que son portátiles o que se realizan en escenarios poco usuales como en los centros comerciales, en los metros o al aire libre.

En cuanto a publicaciones, parece que recientemente ha habido un número creciente de libros y películas de naturaleza matemática hechas para el público general. Algunas de éstas, como *el Ultimo Teorema de Fermat* y *A Beautiful Mind*, han tenido gran éxito. Por el lado de los libros, sin embargo, puede haber una tendencia que se aleja del tradicional libro de problemas y se acerca a libros que tratan temas matemáticos y que pretenden más bien ser leídos que trabajados. Estos libros pueden intentar comunicar algo acerca de matemáticas profundas o complicadas, pero lo hacen por medio de la creación de un ambiente en lugar de la exposición en detalle.

En años recientes el Centro para educación continuada en matemáticas de Moscú ha publicado una serie de libros llamada La biblioteca de educación matemática. Estos son libros pequeños (de 20 a 30 páginas) escritos por matemáticos profesionales y dirigidos a estudiantes de la escuela secundaria que tienen interés por la matemática. Estos incluyen explicaciones populares de varias áreas de matemáticas, problemas retadores para estudiantes y temas de historia. El tamaño

reducido de los volúmenes, las buenas ilustraciones y el estilo popular de su redacción atraen un buen número de lectores.

Parece ser el caso que tanto revistas como periódicos actualmente contienen más matemáticas, incluyendo tanto artículos e historias acerca de la matemática contemporánea como problemas y rompecabezas.

Se puede encontrar matemáticas en muchos sitios en Internet. Estos sitios cubren la gama desde el tratamiento de tópicos específicos hasta sitios de problemas, historia de la matemática, desarrollo profesional de maestros, juegos (incluyendo sitios que reclaman poder leer la mente de las personas que los visitan), y salas de urgencias donde se puede solicitar asistencia matemática inmediata. Hay más, y más variados, sitios que en conjunto ayudan a hacer que la matemática sea más accesible, si no más popular.

(c) Dificultades identificadas

Las dificultades que estos contextos producen se dividen en dos categorías: desarrollo y aplicaciones. En la primera categoría para lograr su primer éxito, la mayor parte de las iniciativas nuevas dependen de un grupo pequeño de personas. Esto las hace frágiles. Parece que con frecuencia es más fácil conseguir fondos para comenzar nuevos proyectos de lo que es encontrar apoyo continuado para programas establecidos.

Por aplicaciones queremos decir aplicaciones en las escuelas. No está claro que tanto de este nuevo material está siendo utilizado con éxito por grandes números de maestros en el aula de clase. Esto puede darse por una variedad de razones. En primer lugar, el maestro con frecuencia está acosado por restricciones de tiempo en la medida en que se incluya más material, especialmente material que involucra nuevos temas por fuera de la matemática, en el currículo escolar. Estos temas reducen el tiempo disponible para las matemáticas. En segundo lugar, especialmente en los últimos años de la escuela secundaria, hay exámenes cuyos resultados tienen gran impacto, y que fuerzan al maestro a enseñar para el examen en lugar de desarrollar ideas matemáticas. Y en tercer lugar, le puede faltar confianza al maestro para tratar material nuevo que no formó parte de su preparación en el pregrado. También puede ser que el maestro se sienta incómodo con la pedagogía más abierta que se requiere para tratar situaciones retadoras que son por su naturaleza menos estructuradas de lo que se maneja en la pedagogía tradicional.

4. Preguntas que surgen

Una de las metas de la Conferencia de este Estudio será construir una buena imagen del estado del arte. A continuación damos algunos ejemplos de preguntas y cuestiones que podrían considerarse en el contexto del Estudio.

Impacto de la enseñanza y el aprendizaje en el aula de clase

- ¿Cómo contribuyen los retos al proceso de aprendizaje?
- ¿Cómo se pueden utilizar los retos en el aula de clase?
- ¿Cuánto material retador es provisto en el currículo actual?
- ¿Cuáles oportunidades adicionales de proporcionar retos realzarían la enseñanza y el aprendizaje en el aula de clase normal?
- ¿Cómo se puede dar a conocer al profesorado la existencia de diferentes tipos de retos?
- ¿Cómo podemos asegurar que estos retos sean compatibles con los contenidos obligatorios?

del currículo?

- ¿Cómo se pueden manejar las restricciones de tiempo en el aula?
- ¿Cómo se pueden evaluar los retos?
- ¿Cómo se pueden evaluar a los estudiantes por intermedio de los retos?
- ¿Cómo se puede apoyar, por medio de un sistema de puntuación, la efectividad del uso de materiales retadores?
- ¿Qué clases de reto son apropiadas para estudiantes remediales y estudiantes que están luchando por mantenerse a flote?
- ¿Cuáles son las implicaciones de los retos que se encuentran dentro del aula para la formación de futuros profesores?
- ¿Cuáles son las implicaciones de los retos que se encuentran fuera del aula para la formación de futuros profesionales?
- ¿Cuáles son los requisitos que deben tener los estudiantes para manejar materiales retadores y cómo se pueden introducir en el aula estos requisitos? Esto abarca familiarización con notación y convenciones matemáticas, habilidad para razonar y llegar a conclusiones, habilidad para observar y clasificar, y destrezas comunicativas.
- ¿Cómo pueden influir en actividades y aprendizaje en el aula las `actividades de fuera del aula' de tal modo que todos los estudiantes en el aula se sientan retados y motivados?
- ¿Cómo se puede convencer a profesores, padres de familia y estudiantes que este tipo de actividades y retos pueden fortalecer el aprendizaje y comprensión de conceptos y destrezas básicos en matemáticas?
- ¿Puede la experiencia de competencias, ferias de matemáticas, etc. volverse parte de la formación de futuros maestros y la educación continuada de maestros en ejercicio? ¿Y será cierto que la inclusión de estas experiencias ayudará a comprometer al maestro con `actividades fuera del aula' o a que el maestro implemente este tipo de actividades en su práctica en el aula?
- ¿Cómo se puede redactar textos para que tengan las actividades retadoras como filosofía o idea principal, y no solamente como parte fragmentaria del contenido del texto?
- ¿Cómo puede ser utilizada la tecnología por parte de maestros y estudiantes para crear ambientes retadores?

Actividades fuera del aula

- ¿Cuál es el efecto en el visitante de una exhibición, festival, etc. en la cual solamente se tiene un encuentro de corta duración con los retos matemáticos? ¿Cómo se puede ayudar a los padres de familia, maestros, estudiantes y otros para que profundicen en matemáticas más allá de estos encuentros cortos?
- ¿Cómo se puede hacer visible la matemática detrás de aparatos tecnológicos cotidianos, y cómo se puede colocar esta matemática en un contexto que es accesible y matemáticamente retador para diferentes grupos de personas?

Investigación

- ¿Qué investigación se ha realizado para evaluar el papel que ha cumplido la matemática retadora?
- ¿Qué puede decirnos la investigación acerca de los usos de retos en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?
- ¿Cuáles preguntas requieren mayor investigación?

Preguntas más generales

- ¿Cómo puede involucrarse la comunidad de matemáticos y de educadores matemáticos en esta clase de actividad retadora cuando ella está alejada de sus intereses propios en investigación?
- ¿Hay algunas ramas de la matemática que son más apropiadas que otras para producir problemas y situaciones retadores?
- ¿Cómo se puede, con variados diseños de actividades retadoras, en particular competencias, atraer diferentes grupos de personas (estudiantes muy capaces, diferentes géneros y culturas, diferentes niveles de logros, etc.)?
- ¿Qué se puede hacer para identificar, estimular y animar a los estudiantes con especial talento matemático?

5. Llamado para someter contribuciones

El trabajo de este Estudio tendrá lugar en dos etapas. La primera consta de una Conferencia que tendrá lugar en Trondheim, Norway, del 27 de junio al 3 de julio de 2006. Será una conferencia de trabajo. Se espera de todo participante que juegue un papel activo. La participación será únicamente por invitación, con base en una contribución escrita. Entre los asistentes se planea lograr representar una diversidad en cuanto a su experticia, experiencia, nacionalidad y filosofía. Tal grupo de participantes debe provenir de una base amplia de la comunidad de matemáticos y de educadores matemáticos. Se espera que la conferencia atraiga no sólo a personas que han trabajado en el campo durante muchos años, sino también gente nueva con ideas interesantes y refrescantes o que estén realizando trabajo promisorio. Ha sido usual que las Conferencias de los Estudios ICMI tengan alrededor de 80 participantes.

El IPC por este medio invita a individuos o grupos para que presenten contribuciones pertinentes a cuestiones, problemas o puntos específicos relacionados con el tema del Estudio para que sean considerados por el Comité. Quienes quieren participar deben preparar

(a) una relación, con extensión una página, de la posición profesional que actualmente ocupan, de la información pertinente para poder contactarlos, así como de sus publicaciones pasadas y presentes, y sus actividades relacionadas con el tema del Estudio.

(b) un escrito de 6 a 10 páginas de extensión que trata cuestiones planteadas en el presente documento u otras cuestiones relacionados con el tema del Estudio.

También serán bienvenidas propuestas concernientes a investigación en progreso, o por realizarse. Los puntos o interrogantes alrededor de los cuales se adelanta la investigación deben estar muy bien formulados y un esbozo de los resultados – actuales o esperados – debe presentarse, si es posible con referencia a estudios anteriores relacionados.

Estos documentos deben remitirse a consideración del IPC a más tardar el 31 de agosto de 2005, dirigidos a ambos de los co-chairs del Estudio, o bien por correo normal, por fax o preferiblemente por correo electrónico. Todos los documentos recibidos alimentarán la planeación de la Conferencia del Estudio y ayudarán al IPC en la tarea de cursar las respectivas invitaciones a más tardar el 31 de enero de 2006. Todos los documentos remitidos deben presentarse en inglés, el idioma oficial de la Conferencia.

Las contribuciones de los que reciban invitación a participar en la Conferencia serán difundidas entre los demás participantes antes de la realización de la misma, como material de preparación. Los participantes no deben albergar la expectativa de presentar sus trabajos oralmente en la

Conferencia ya que el IPC puede determinar que ésta se organice de modo distinto para facilitar la efectividad y la productividad del Estudio.

Desafortunadamente el recibir una invitación a tomar parte en la Conferencia no significa recibir un ofrecimiento de asistencia financiera por parte de los organizadores; para asistir los participantes deben financiar sus propios gastos. Se están gestionando fondos para proporcionar apoyo financiero parcial que permitiría la participación en la Conferencia de personas provenientes de países sin suficientes recursos, pero el número de tales apoyos será limitado.

La segunda parte del Estudio es la publicación que aparecerá en la Serie ICMI Studies. Este Tomo del Estudio se basará en una selección de las contribuciones, así como de los resultados de la Conferencia. El formato exacto que tendrá el Tomo aún no ha sido determinado pero se espera que será editado en un libro coherente que igualmente se espera será una referencia estándar en el campo durante varios años.

Comité Internacional de Programa

Co-chair: Edward J. Barbeau
University of Toronto, CANADA

Co-chair: Peter J. Taylor
University of Canberra, AUSTRALIA

Chair, Local Organising Committee: Ingvill M. Stedøy
Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, NORWAY

Mariolina Bartolini Bussi
University of Modena et Reggio Emilia, ITALY

Albrecht Beutelspacher
Mathematisches Institut, Gießen, GERMANY

Patricia Fauring
Buenos Aires, ARGENTINA

Derek Holton
University of Otago, Dunedin, NEW ZEALAND

Martine Janvier
IREM, Le Mans, FRANCE

Vladimir Protasov
Moscow State University, RUSSIA

Ali Rejali
Isfahan University of Technology, IRAN

Mark E. Saul
Gateway Institute, City University of New York, USA

Kenji Ueno
Kyoto University, JAPAN

Bernard R. Hodgson, Secretary-General of ICMI
Université Laval, Québec, CANADA

Advisors from ICMI Executive Committee

Maria Falk de Losada
University Antonio Nariño, Bogota, COLOMBIA

Petar Kenderov
Academy of Sciences, Sofia, BULGARIA

Consultas

Consultas acerca de todos los aspectos del Estudio, sugerencias concernientes al contenido de la Conferencia del Estudio y remisión de contribuciones deben gestionarse por intermedio de los dos co-chairs.

Prof. Edward J. Barbeau
Department of Mathematics
University of Toronto
Toronto M5S 3G3
CANADA

Tel: +1 416 653 1961
Fax: +1 416 978 4107
E-mail: barbeau@math.toronto.edu

Prof. Peter J. Taylor
Australian Mathematics Trust
University of Canberra ACT 2601
AUSTRALIA

Tel: +61 2 6201 2440
Fax: +61 2 6201 5096
E-mail: pjt@olympiad.org

El sitio web oficial del Estudio es <http://www.amt.edu.au/icmis16.html>