

МАТЕМАТИКА

Циљ и задаци

Циљ наставе математике у гимназији јесте: да ученици усвоје елементарне математичке компетенције (знања, вештине и вредносне ставове) које су потребне за схватање појава и законитости у природи и друштву и које ће да оспособе ученике за примену усвојених математичких знања (у решавању разноврсних задатака из животне праксе) и за успешно настављање математичког образовања и за самообразовање; као и да допринесе развијању менталних способности, формирању научног погледа на свет и свестраном развоју личности ученика.

Задацинаставе математике у гимназијису да ученици:

- развијају логичко и апстрактно мишљење;
- развијају способности јасног и прецизног изражавања и коришћења основног математичко-логичког језика;
- развијају способности одређивања и процене квантитативних величина и њиховог односа;
- разликују геометријскеобјекте и њихове узајамне односе и трансформације;
- разумеју функционалне зависности, њихово представљање и примену;
- развијају систематичност, уредност, прецизност, темељност, истрајност, критичност у раду, креативност; развијају радне навике и способности за самостални и групни рад; формирају систем вредности;
- стичу знања и вештине корисне за трансфер у друге предмете и развијају способности за правилно коришћење стручне литературе;
- формирају свест о универзалности и примени математичког начина мишљења;
- буду подстакнути за стручни развој и усавршавање у складу са индивидуалним способностима и потребама друштва;
- развијају способности потребне за решавање проблема и нових ситуација у процесу рада и свакодневном животу.

РЕДОВНА НАСТАВА

Утврђена су три модела наставних планова и програма математике за гимназије:

M1 ($4 + 4 + 4 + 4 = 16$) - за општи тип гимназије;

M2 ($4 + 3 + 2 + 2 = 11$) - за друштвено-језички смер гимназије;

M3 ($4 + 5 + 5 + 4 = 18$) - за природно-математички смер гимназије;

За I разред у сва три модела програм је исти.

I разред

гимназија - сви модели

(4 часа недељно, 148 часова годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Логика и скупови

Основне логичке и скуповне операције. Важнији закони закључивања.

Основни математички појмови, дефиниција, аксиома, теорема, доказ.

Декартов производ; релације, функције.

Елементи комбинаторике (пребројавање коначних скупова: правило збира и правило производа).

Реални бројеви

Преглед бројева; операције, поље реалних бројева.

Приближне вредности реалних бројева (грешке, граница грешке, заокруживање бројева; основне операције са приближним вредностима.

Пропорционалност

Размера и пропорција, пропорционалност величина (директна, обрнута, уопштење); примене (сразмерни рачун, рачун поделе и мешања).

Процентни рачун, каматни рачун.

Таблично и графичко приказивање стања, појава и процеса.

Увод у геометрију

Основни и изведени појмови и ставови геометрије. Основни објекти геометрије: тачка, права, раван.

Основни ставови о релацијама припадања, распореда и паралелности.

Међусобни положаји тачака, правих и равни.

Дуж, многоугаона линија. Полуправа, полураван, полупростор. Угао, диједар. Многоугао. Оријентација.

Подударност

Основни ставови о подударности. Изометрије, подударност геометријских објеката. Подударност дужи, углова, троуглова.

Прав угао. Нормалност правих и равни. Угао између праве и равни.

Вектори и операције са њима.

Директне и индиректне изометрије. Симетрије, ротације и транслације равни и простора.

Односи страница и углова троугла.

Кружница и круг.

Значајне тачке троугла. Четвороугао.

Примене.

Конструктивни задаци (троугао, четвороугао, многоугао, кружница)

Рационални алгебарски изрази

Полиноми и операције са њима; дељивост полинома. Растављање полинома на чиниоце.

Операције са рационалним алгебарским изразима (алгебарски разломци).

Примена трансформација рационалних алгебарских израза код решавања линеарних једначина и неједначина; линеарне једначине са параметрима¹.

Важније неједнакости.

Сличност

Мерење дужи и углова.

Пропорционалност дужи: Талесова теорема.

Хомотетија. Сличност. Питагорина теорема.

Потенција тачке.

Примене.

¹Тема "Линеарне једначине и неједначине; линеарна функција", као посебна тема, изостављена је. Ти садржаји су обрађени у VIII разреду основне школе и овде се обавља само њихово продубљивање и мање проширивање (једначине с параметрима, системи с три непознате).

Тригонометрија правоуглог троугла

Тригонометријске функције оштрог угла; основне тригонометријске идентичности.
Решавање правоуглог троугла.

НАПОМЕНА: Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

МАТЕМАТИКА

ПРОГРАМ М 1

II разред

Општи тип

(4 часа недељно, 140 часова годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Степеновање и кореновање

Степен чији је изложилац цео број, операције; децимални запис броја у стандардном облику.

Функција $y = x^n$ ($n \in N$) и њен график.

Корен; степен чији је изложилац рационалан број. Основне операције са коренима.

Комплексни бројеви и основне операције са њима.

Квадратна једначина и квадратна функција

Квадратна једначина са једном непознатом и њено решавање, дискриминанта и природа решења квадратне једначине.

Вијетове формуле. Растављање квадратног тринома на линеарне чиниоце; примене.

Неке једначине које се свде на квадратне.

Квадратна функција и њен график, екстремна вредност.

Квадратне неједначине.

Системи једначина са две непознате који садрже квадратну једначину (квадратна и линеарна, две чисто квадратне, хомогена квадратна и линеарна) - са графичком интерпретацијом.

Ирационалне једначине

Експоненцијална и логаритамска функција

Експоненцијална функција и њено испитивање (својства, график).

Једноставније (експоненцијалне једначине и неједначине.

Појам инверзне функције.

Појам логаритма, основна својства. Логаритамска функција и њен график.

Основна правила логаритмовања, антилогаритмовање. Декадни логаритми. Примена логаритама у решавању разних задатака (уз употребу рачунара).

Једноставније логаритамске једначине и неједначине.

Тригонометријске функције

Уопштење појма угла; мерење угла, радијан.

Тригонометријске функције ма ког угла; вредности тригонометријских функција ма ког угла, свођење на први квадрант, периодичност.

Графици основних тригонометријских функција; графици функција облика: $y = A \sin(ax+b)$ и $y = A \cos(ax+b)$

Адиционе теореме. Трансформације тригонометријских израза (тригонометријских функција двоструких углова и полууглова, трансформације збира и разлике тригонометријских функција у производ и обрнуто)

Тригонометријске једначине и једноставније неједначине.

Синусна и косинусна теорема, решавање троугла.

Примене тригонометрије (у метричкој геометрији, физици, пракси).

НАПОМЕНА:Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

III разред Општи тип

(4 часа недељно, 144 часова годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Полиедри

Рогаљ, триедар. Полиедар, Ојлерова теорема; правилан полиедар.

Призма и пирамида; равни пресеци призме и пирамиде.

Површина полиедра; површина призме, пирамиде и зарубљене пирамиде.

Запремина полиедра: запремина квадра, Кавалеријев принцип. Запремина призме, пирамиде и зарубљене пирамиде.

Обртна тела

Цилиндрична и конусна површ, обртна површ.

Прав ваљак, права купа и зарубљена права купа. Површина и запремина правог кружног ваљка, праве кружне купе и зарубљене кружне купе.

Сфера и лопта, равни пресеци сфере и лопте. Површина лопте, сферне калоте и појаса. Запремина лопте.

Уписана и описана сфера полиедра, правог ваљка и купе.

Вектори

Правоугли координатни систем у простору, пројекције вектора, координате вектора.

Скаларни, векторски и мешовити производ вектора, детерминанте другог и трећег реда. Неке примене вектора.

Аналитичка геометрија у равни

Растојање две тачке. Подела дужи у датој размери. Површина троугла.

Права, разни облици једначине праве; угао између две праве; растојање тачке од праве.

Системи линеарних једначина, Гаусов поступак. Систем линеарних неједначина са две непознате и његова графичка интерпретација; појам линеарног програмирања.

Криве линије другог реда: кружница, елипса, хипербола, парабола (једначине; међусобни односи праве и кривих другог реда, услов додира, тангента; заједничка својства).

Математичка индукција. Низови

Математичка индукција и неке њене примене.

Основни појмови о низовима (дефиниција, задавање, операције).

Аритметички низ; геометријски низ; примене.

Гранична вредност низа; број e .

Комплексни бројеви

Тригонометријски облик комплексног броја, Моаврова формула. Неке примене комплексних бројева.

НАПОМЕНА: Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

IV разред Општи тип

(4 часа недељно, 128 часова годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Функције

Важнији појмови и чињенице о функцијама једне променљиве (дефинисаност, нуле, парност, монотоност, периодичност). Сложена функција (појам и једноставнији примери).

Преглед елементарних функција.

Гранична вредност и непрекидност функције (геометријски смисао); асимптоте.

Извод функције

Прираштај функције. Извод функције (проблем тангенте и брзине). Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција.

Диференцијал и његова примена код апроксимације функција.

Испитивање функција (уз примену извода); график функције.

Интеграл

Неодређени интеграл. Основна правила о интегралу; таблица основних интеграла; интеграл неких елементарних функција.

Метод замене, метод парцијалне интеграције.

Одређени интеграл; Њутн-Лајбницова формула (без доказа).

Примене одређеног интеграла (ректификација, квадратура, кубатура).

Комбинаторика

Основна правила. Варијације, пермутације; комбинације (без понављања).
Биномни образац.

Вероватноћа и статистика

Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност. Случајне величине. Биномна, Пуасонова и нормална расподела. Средња вредност и дисперзија. Популација, обележје и узорак. Прикупљање, сређивање и приказивање података. Појам оцене параметара. Оцене вероватноће, средње вредности и дисперзије. Интервалне оцене за вероватноћу и средњу вредност.

НАПОМЕНА:Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

ПРОГРАМ М 2

II разред

Друштвено-језички смер

(3 часа недељно, 105 часова годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Степеновање и кореновање

Степен чији је изложилац цео број, операције; децимални запис броја у стандардном облику.

Функција $y=x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) и њен график.

Корен; степен чији је изложилац рационалан број. Основне операције са коренима.

Комплексни бројеви и основне операције са њима.

Квадратна једначина и квадратна функција

Квадратна једначина са једном непознатом и њено решавање; дискриминанта и природа решења квадратне једначине.

Вијетове формуле. Растављање квадратног тринома на линеарне чиниоце; примене.

Квадратна функција и њен график; екстремна вредност.

Простије квадратне неједначине.

Простији системи једначина са две непознате који садрже квадратну једначину (квадратна и линеарна, две чисто квадратне једначине).

Експоненцијална и логаритамска функција

Експоненцијална функција и њено испитивање (својства, график).

Једноставније експоненцијалне једначине.

Појам инверзне функције.

Појам логаритма, основна својства. Логаритамска функција и њен график.

Основна правила логаритмовања, антилогаритмовање. Декадни логаритми. Примена логаритама у решавању разних задатака.

Једноставније логаритамске једначине.

Тригонометријске функције

Уопштење појма угла (мерење угла, радијан). Тригонометријске функције ма ког угла; свођење на први квадрант, периодичност.

Графици основних тригонометријских функција.

Адиционе теореме. Трансформације тригонометријских израза.

Једноставније тригонометријске једначине.

Синусна и косинусна теорема; решавање троугла. Примене тригонометрије.

НАПОМЕНА:Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

III разред

Друштвено-језички смер

(2 часа недељно, 72 часа годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Полиедри

Полиедар; правилан полиедар,

Призма и пирамида; равни пресеци призме и пирамиде.

Површина полиедра; површина призме, пирамиде и зарубљене пирамиде.

Запремина полиедра (квадра, призме, пирамиде и зарубљене пирамиде).

Обртна тела

Цилиндрична и конусна површ, обртна површ.

Прав ваљак, права купа, зарубљена права купа и њихове површине и запремине.

Сфера и лопта; сфера и раван. Површина и запремина лопте.

Вектори

Правоугли координатни систем у простору; координате вектора. Скаларни и векторски производ вектора.

Аналитичка геометрија у равни

Растојање две тачке. Подела дужи у датој размери. Површина троугла.

Права: разни облици једначине праве, угао између две праве, одстојање тачке од праве. Линеарне неједначине са две непознате и њихови системи (графичка интерпретација).

Криве линије другог реда: кружница, елипса, хипербола, парабола (једначина, однос праве и криве линије другог реда, тангента).

Математичка индукција. Низови

Математичка индукција и неке њене примене.

Основни појмови о низовима.

Аритметички низ; геометријски низ; примене.

Гранична вредност низа.

НАПОМЕНА:Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

IV разред

Друштвено-језички смер

(2 часа недељно, 64 часа годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Функције

Важнији појмови о функцијама једне променљиве (дефинисаност, нуле, парност, монотоност, периодичност).

Преглед елементарних функција.

Гранична вредност функције. Непрекидност функције (геометријски смисао).

Извод функције

Прираштај функције. Извод функције (преко проблема тангенте и брзине). Основне теореме о изводу; изводи елементарних функција.

Испитивање функција (уз примену извода); график функције.

Комбинаторика

Основна правила комбинаторике.

Варијације, пермутације, комбинације без понављања.

Вероватноћа и статистика

Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност.

Случајне променљиве. Биномна и нормална расподела. Средња вредност и дисперзија.

Популација, обележје и узорак. Основни задаци математичке статистике. Прикупљање, сређивање, графичко приказивање и нумеричка обрада података.

НАПОМЕНА:Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

ПРОГРАМ М 3

II разред

Природно-математички смер гимназије

(5 часова недељно, 175 часова годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Степеновање и кореновање

Степен чији је изложилац цео број, операције; децимални запис броја у стандардном облику.

Функција $y=x^n$ ($n \in N$) и њен график.

Корен; степен чији је изложилац рационалан број. Основне операције са коренима.

Комплексни бројеви и основне операције са њима.

Квадратна једначина и квадратна функција

Квадратна једначина са једном непознатом и њено решавање, дискриминанта и природа решења квадратне једначине.

Вијетове формуле. Растављање квадратног тринома на линеарне чиниоце; примене.

Неке једначине које се свде на квадратне.

Квадратна функција (нуле, знак, рашћење и опадање, екстремна вредност, график).

Квадратне неједначине.

Системи једначина са две непознате који садрже квадратну једначину (квадратна и линеарна, две чисто квадратне, хомогена квадратна и линеарна) - са графичком интерпретацијом.

Ирационалне једначине и неједначине.

Експоненцијална и логаритамска функција

Експоненцијална функција и њено испитивање (својства, график).

Једноставније експоненцијалне једначине и неједначине.

Појам инверзне функције. Појам логаритма, основна својства. Логаритамска функција и њен график.

Основна правила логаритмовања, антилогаритмовање. Декадни логаритми. Примена логаритама у решавању разних задатака (уз употребу рачунара).

Једноставније логаритамске једначине и неједначине.

Тригонометријске функције

Уопштење појма угла; мерење угла, радијан.

Тригонометријске функције ма ког угла; вредности тригонометријских функција ма ког угла, свођење на први квадрант, периодичност.

Графици основних тригонометријских функција; графици функција облика: $y = A \sin(ax+b)$ и $y = A \cos(ax+b)$.

Адиционе теореме. Трансформације тригонометријских израза (тригонометријских функција двоструких углова и полууглова, трансформације збира и разлике тригонометријских функција у производ и обрнуто).

Тригонометријске једначине и једноставније неједначине.

Синусна и косинусна теорема; решавање троугла.

Примене тригонометрије (у метричкој геометрији, физици, пракси).

НАПОМЕНА:Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

III разред

Природно-математички смер гимназије

(5 часова недељно, 180 часова годишње)

САДРЖАЈИ ПРОГРАМА

Полиедри

Рogaљ, триедар. Полиедар, Ојлерова теорема; правилан полиедар.

Призма и пирамида; равни пресеци призме и пирамиде.

Површина полиедра; површина призме, пирамиде и зарубљене пирамиде.

Запремина полиедра: запремина квадра, Кавалеријев принцип. Запремина призме, пирамиде и зарубљене пирамиде.

Обртна тела

Цилиндрична и конусна површ, обртна површ.

Прав ваљак, права купа и зарубљена права купа. Површина и запремина правог кружног ваљка, праве кружне купе и зарубљене кружне купе.

Сфера и лопта; равни пресеци сфере и лопте. Површина лопте, сферне калоте и појаса. Запремина лопте.

Уписана и описана сфера полиедра, правог ваљка и купе.

Вектори

Правоугли координатни систем у простору, пројекције вектора; координате вектора.

Скаларни, векторски и мешовити производ вектора; детерминанте другог и трећег реда. Неке примене вектора.

Аналитичка геометрија у равни

Растојање две тачке. Подела дужи у датој размери. Површина троугла.

Права, разни облици једначине праве; угао између две праве; растојање тачке од праве.

Системи линеарних једначина, Гаусов поступак. Систем линеарних неједначина са две непознате и његова графичка интерпретација; појам линеарног програмирања.

Криве линије другог реда: кружница, елипса, хипербола, парабола (једначине; међусобни односи праве и кривих другог реда, услов додира, тангента; заједничка својства).

Математичка индукција. Низови

Математичка индукција и њене примене.

Елементарна теорија бројева (дељивост, прости бројеви, конгруенције).

Основни појмови о низовима (дефиниција, задавање, операције).

Аритметички низ, геометријски низ; примене.

Једноставније диференцне једначине.

Гранична вредност низа, својства. Број e .

Комплексни бројеви и полиноми

Појам и примери алгебарских структура (група, прстен, поље).

Поље комплексних бројева. Тригонометријски облик комплексног броја. Моаврова формула. Неке примене комплексних бројева.

Полиноми над пољем комплексних бројева. Основна теорема алгебре и неке њене последице. Вијетове формуле.

Системи алгебарских једначина вишег реда.

НАПОМЕНА:Обавезна су четири двочасовна школска писмена задатка са једночасовним исправкама (12).

IV разред

Природно-математички смер гимназије

(4 часа недељно, 128 часова годишње)

Програм је истоветан са програмом за IV разред гимназије општег типа (програм M1).

ДОДАТНИ РАД

Оријентациони програм

I разред

(32 часа годишње)

1. Елементи математичке логике (6)

Искази и исказне форме. Логичне операције, исказне формуле. Веза скуповних и логичких операција. Квантори. Основни логички закони. Доказ у математици: грешке у доказивању. Релације и графови.

2. Елементарна теорија бројева - одабрани задаци (6)

Дељивост, прости бројеви. Еуклидов алгоритам. Конгруенције. Диофантове једначине (линеарне).

3. Полиноми (8)

Идентичне трансформације полинома, метод неодређених коефицијената. Дељивост полинома, Безуова теорема. Доказивање неједнакости.

4. Рационални алгебарски изрази, једначине и неједначине (5)

5. Апсолутна вредност броја и примене (4)

Једначине, неједначине и функције са апсолутним вредностима.

6. Системи линеарних једначина и неједначина (5)

Системи линеарних једначина и неједначина с више непознатих, примене. Решавање проблема линеарног програмирања (геометријски приступ, појам о симплекс-методу).

7. Равне геометријске фигуре (6)

8. Одабрани доказни и рачунски задаци.

Вектори и њихова примена.

9. Једнакост многоуглова (4)

Разложива и допунска једнакост многоуглова. Бољаи-Гервинова теорема. Резање и састављање равних фигура - одабрани задаци.

10. Геометријске конструкције у равни (8)

Разне методе решавања конструктивних задатака (примена изометријских трансформација, сличности, ГМТ и др). Конструкције при ограничењима (само лењиром, само шестаром, недоступне тачке).

11. Инверзија (4)

12. Аполонијев проблем додира (4)

Десет Аполонијевих конструктивних задатака о додиру кружница.

13. Елементи топологије (4)

Графови и неке њихове примене. Тополошке инваријанте. Род површи. Ојлерова формула и неке њене примене. Историјски осврт.

14. Логички и комбинаторни задаци (5)

Разни начини решавања логичких задатака (укључујући и апарат исказне алгебре). Пребројавање коначних скупова.

15. Рачунари (8)

Теме по слободном избору.

16. Одабрани задаци за такмичења из математике (6)

Задаци који су по свом садржају изван наведених тема.

II разред

(32 часа годишње)

1. Квадратне једначине, функције и неједначине (4)

2. Нелинеарне Диофантове једначине (4)

3. Ирационални алгебарски изрази, једначине и неједначине (4)

4. Експоненцијални и логаритамски изрази, једначине и неједначине (4)

5. Проблеми екстремних вредности (6)

Елементарне алгебарске методе решавања проблема екстремних вредности. Решавање неких проблема геометријским конструкцијама. Изопериметарски проблем.

6. Реални бројеви (4)

Разни приступи заснивању реалних бројева, операције с реалним бројевима, приближна рачунања.

7. Геометријске конструкције у простору (5)

Праве, равни и углови у простору. Паралелна, ортогонална и централна пројекција; перспектива. Приказивање просторних фигура цртежом у равни. Конструкције пресека тела.

8. Одабрана поглавља тригонометрије (8)

Тригонометријски изрази, једначине и неједначине.

Примене тригонометрије (решавање троугла, у другим областима, у пракси).

9. Логичко-комбинаторни и слични нестандартни задаци (4)

(Дирихлеов принцип, комбинаторна геометрија и др.)

10. Рачунарство (8)

Слободан избор садржаја

11. Одабрани задаци за математичка такмичења (5)

Задаци који су по свом садржају изван наведених тема.

III разред

(32 часа годишње)

1. Полиедри, правилни полиедри; тетраедар (6)

Коса слика, пресеци и симетрија полиедра. Правилни полиедри. Разни задаци о тетраедру; Питагорина теорема у простору.

2. Обртна тела. Комбинована тела (4)

3. Математичка индукција. Низови (6)

Математичка индукција. Аритметички низ, геометријски низ. Гранична вредност низа. Неке сумационе формуле.

4. Рекурентне формуле и неке њихове примене (4)

Задавање низа рекурентном формулом, Фибоначијев низ. Простије диференчне једначине.

5. Разне примене вектора (4)

Примене вектора у геометрији, алгебри, тригонометрији и др.

6. Метод координата. Функције и графици (8)

Координате на правој, Декартов координатни систем у равни, други координатни системи. Општа идеја координата. Трансформације координатних система, примене. Важније функције и њихови графици, разломљено-рационална функција, функције с апсолутним вредностима. Графичко решавање једначина и неједначина, графичко решавање задатака линеарног програмирања. Примена метода координата на испитивање једначина и неједначина с параметрима. Формирање једначина геометријских места тачака у равни. Координатни метод у решавању геометријских задатака.

7. Комплексни бројеви и полиноми (6)

Комплексни бројеви: операције, геометријска интерпретација, тригонометријски облик; Муаврова формула. Ојлерова формула. Полиноми с комплексним коефицијентима, основна теорема алгебре, Вијетове формуле. Неке примене комплексних бројева.

8. Системи једначина и неједначина другог или вишег реда (4)

9. Конусни пресеци (6)

Конусни пресеци: геометријски и аналитички приступ.

10. Сферна геометрија (8)

Геометрија сфере. Тригонометрија сфере, површина сферног троугла. Примене у астрономији, картографији, навигацији и др.

11. Логичко-комбинаторни задаци (4)

Разни нестандартни и "главоломни" задаци (проблеми куглица, математичко-шаховске "главоломије", разне математичке игре, криптографија и др.).

12. Рачунарство (8)

Слободан избор садржаја.

13. Одабрани задаци за математичка такмичења (6)

Задаци који су по свом садржају изван наведених тема.

IV разред

(30 часова годишње)

1. Математичке структуре (4)

Бројеви и операције, општи појам операције; појам математичке структуре, примери. Групе геометријских трансформација. Појам о аксиоматском методу.

2. Развој и врсте геометрија (4)

Постанак геометрије. Разне геометрије: еуклидске и нееуклидске геометрије, афина и пројективна геометрија.

3. Кратак преглед историје математике (8)

4. Функције у природи и техници (4)

Оптерећење и савијање греде, силе трења, радиоактивни распад материје, спуштање падобраном, атмосферски притисак и мерење висине барометром, количина горива за ракету, хармонијске осцилације, клатно, пригушене осцилације, плима и осека, спектрална анализа.

5. Извод и интеграл (8)

Извод и примена извода. Интеграл и примене интеграла. Универзална формула (Симпсонова формула). Најпростије диференцијалне једначине и њихова веза са интегралом, геометријска интерпретација. Диференцијалне једначине у физици, техници и др.

6. Непрекидност (4)

Непрекидне функције (геометријски и аналитички смисао). Примена на решавање једначина и неједначина. Непрекидна пресликавања, тополошка пресликавања.

7. Нумеричке методе (5)

Израчунавање вредности израза; коначне разлике, примене. Одређивање приближних решења једначина: графички, методом итерације и др.

8. Елементи комбинаторике и вероватноће (8)

Основна правила комбинаторике. Варијације, пермутације, комбинације. Биномни образац и неке његове примене. Простије функције генератрисе у комбинаторици. Вероватноћа и њено израчунавање, условна вероватноћа, геометријска вероватноћа. Бернулијева схема и др.

9. Елементи теорије информација и основи кибернетике (5)

Информациони системи и основне чињенице из кибернетике.

10. Математика у применама: елементи математичког моделирања (6)

Појам математичког модела. Линеарно и динамичко моделирање. Мрежно планирање. Емпиријски модели. Модели система масовног опслуживања. Моделирање диференцијалним једначинама (примери из праксе)

11. Елементи теорије игара (4)

Појам игре и стратегије игре. Цена игре, матрица игре. Принцип минимакса. Основна теорема теорије игара. Примери.

12. Рачунарство (8)

Слободан избор садржаја.

13. Одабрани задаци за математичка такмичења (4)

Задаци који су по свом садржају изван набројаних тема.

НАПОМЕНА:

У сваком разреду треба обрадити 6-8 тема (по избору наставника), зависно од програма редовне наставе. Назначени број часова за поједине теме је оријентациони и може се повећати (смањити) за 1 или 2 часа.

СЛОБОДНЕ МАТЕМАТИЧКЕ АКТИВНОСТИ

За рад у оквиру слободне математичке активности (секције, клуба и сл.), поред неких тема из наведеног програма за додатни рад (које су приступачне ученицима), могу се узимати и друге теме које изаберу сами ученици у сарадњи са наставником, а првенствено: теме из историје математике, логичко-комбинаторни задаци, рационални поступци рачунања и трансформација израза, занимљиве конструкције, елементи топологије, разне примене табела и дијаграма, бројевни системи, информатика и рачунарство, математичке игре и друге математичке занимљивости.

НАЧИН ОСТВАРИВАЊА ПРОГРАМА

За реализацију ових програма (М1-М3) готово у целини важи заједничко Дидактичко-методичко упутство за важеће програме математике за средње школе у Републици Србији ("Службени гласник СР Србије - Просветни гласник", бр. 1/87).

С обзиром на извршене измене у структури ових програма математике (М1-М3) у односу на досадашње програме математике за средње школе, овде се дају само одељци: битне карактеристике програма и објашњења садржаја програма тј. начин остваривања програма (Посебне напомене о обради програмских тема).

Остали делови поменутог Дидактичко-методичког упутства (планирање и припремање за наставу; типови часова математике; дидактички принципи; наставне методе, облици и средства; домаћи задаци и школски писмени задаци; математички задаци и развој математичког мишљења ученика; допунски рад; додатни рад и слободне математичке активности; праћење и вредновање рада и успеха ученика) остају у важности па се наставници и аутори уџбеника упућују и обавезују да их се придржавају.

Битне карактеристике програма

Основне карактеристике програма математике су: усклађеност са програмом математике за основну школу; заступљеност заједничких садржаја из програма математике за гимназије и стручне школе; логичка повезаност садржаја, посебно са аспекта развоја математике; настојање, где год је то било могуће да садржаји математике претходе садржајима других предмета у којима се математика примењује; заступљеност оних елемената развоја математике који чине основу математичке културе свих свршених ученика гимназије; хоризонтална и вертикална усклађеност између програма математике за поједине смерове у гимназији (распоред тема по разредима, њихов обим, основни захтеви и сл.).

Програми садрже готово све елементе досадашњих програма математике који су битни за математичко образовање на овом когнитивном нивоу. Извршена су извесна сажимања садржаја и успостављање адекватнијег односа између садржаја програма и фонда часова, с тим што се инсистира и на постизању веће ефикасности наставе методичком обновом и подесним структурирањем садржаја. При томе је узет у обзир општекултурни значај математике, тј. да се математика и њој својствен стил мишљења посматра и као битни елемент опште културе данашњег човека, без обзира којом се активношћу бави. Зато се неки садржаји из старијих разреда основне школе и на овом

узрасту даље утврђују, продубљују, допуњују и заокружују тако да представљају тај неопходни део савремене опште културе образовних људи.

При избору садржаја програма била је врло значајна образовна функција наставе математике (стицање нових математичких знања, подизање нивоа математичког образовања ученика) и њен допринос даљем оспособљавању ученика да логички мисле и стваралачки приступају решавању различитих проблема. Таква оспособљеност (захваљујући адекватним математичким садржајима и методама) има широки утицај на многобројне делатности и омогућава касније ефикасно учење.

Неодвојива од образовне је и васпитна функција наставе математике. Ученик се васпитава да доноси правилно мишљење. Васпитање доприноси изграђивању низа позитивних особина личности.

За реализацију циља и задатака наставе математике изабрани садржаји програма у основи су довољно приступачни свим ученицима. Они такође могу и стимулативно деловати на ученике, јер ови имају могућност да их усвоје и на нешто вишем нивоу (већи степен апстракције и генерализације, синтезе и примене, стваралачко решавање проблема). Строгост у интерпретацији садржаја треба да буде присутна у прихватљивој мери, уз ослањање на математичку интуицију и њено даље развијање, тј. мотивација и интуитивно схватање проблема треба да претходе строгости и критичности, а излагање градива мора бити праћено добро одабраним примерима и тек након довољног броја урађених таквих примера треба приступити генералисању појма, чињенице и сл. Наиме, „школска“ математика не може бити сасвим формализована, тј. изложена искључиво дедуктивно. Колико ће она строга бити одређују уџбеник и наставник математике (у зависности од фонда часова, састава одељења и предзнања ученика).

ОБЈАШЊЕЊА САДРЖАЈА ПРОГРАМА

(Посебне напомене о обради програмских тема)

Неке опште напомене

1. Да би се остварио постављени циљ, наставе математике, неопходно је у току наставе успешно реализовати одређене образовне, васпитне и практичне задатке, истакнуте, на почетку програма.

Услови за успешну реализацију програма математике су: правилно планирање и редовно припремање наставника за извођење наставе; целисходно коришћење фонда часова и добро организован наставни процес; комбинована примена савремених наставних метода и разноврсност облика рада са ученицима, уз смишљено одабирање и припремање примера и задатака и употребу одговарајућих наставних средстава, учила за наставу математике и рачунара. Све то треба да одрази интенције програма: подизање нивоа наставе и њену актуелизацију, стварање услова у којима ће ученици сопственим напорима усвајати трајна и активна математичка знања и оспособљвати се за примену тих знања и стицање нових знања.

Тако организована и извођена настава математике, уз пуно интелектуално ангажовање ученика у свим фазама наставног процеса, у већој мери је ефикасна и продуктивна. Такође подстиче самоиницијативу ученика у стицању знања и доприноси изграђивању радних навика и подизању радне културе ученика (што је и важан васпитни задатак наставе). Својом структуром математика томе доста погодује.

2. Реализација програма математике, посебно у I разреду, треба да представља природан прелаз од наставе у основној школи и да се заснива на већ стеченим математичким знањима ученика (што омогућава доста добра вертикална повезаност програма математике у средњим школама и основној школи). Објективна ситуација изискује и извесно систематско утврђивање и обнављање оних садржаја из програма основне школе на којима се заснива обрада садржаја у средњој школи, а то се може постићи интегрисањем појединих садржаја из основне школе у обраду нових садржаја на оном месту где је то потребно и у оној фази наставе када је то актуелно (обнављање на самом часу и самостално обнављање од стране ученика кроз домаћи рад и сл.). То претпоставља смишљено и студиозно планирање градива од стране наставника.

3. У погледу математичке терминологије мора постојати континуитет у односу на коришћену (прописану) терминологију у основној школи.

4. Ради осавремењивања наставе математике и ефикаснијег усвајања садржаја, пожељно је да се обезбеди и присуство рачунарске подршке у настави математике (у почетној фази у фронталном облику рада и уз коришћење узорних демонстрационих програмских апликација, уколико нема услова за масован индивидуални рад ученика на рачунару у оквиру наставе математике).

Објашњење садржаја – начин реализације (начин остваривања програма)

За сва три програма (М1-М3) даје се заједничко објашњење - упутство за реализацију, с тим што се евентуалне разлике које се односе на поједине програме, односно садржаје, наводе у одговарајућем делу Објашњења (било у самом тексту или у фуснотама), како се већи део текста не би понављао за сваки програм односно тему.

Овде се укратко указује само на оно што је најбитније у свакој теми програма (важни појмови, чињенице, идеје, методе и др.), тј. на оно што, сагласно оперативним задацима треба имати у првом плану (основни циљ) при реализацији садржаја, без обзира на број часова за одређену тему. Наравно, уколико је број часова већи, садржаји теме треба да буду обрађени темељније и усвојени. Тако, на пример, теме из програма М3 за природно-математички смер реализоваће се знатно шире и дубље него у остала два програма. То зависи, како од броја часова за тему, тако и од конкретне ситуације (састав ученика и други услови).

I разред

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама по моделу.

Гимназија - сви модели(148)

Логика и скупови (15)

Реални бројеви (14)

Пропорционалност (8)

Увод у геометрију (8)

Подударност (36)

Рационални алгебарски изрази (32)

Сличност (14)

Тригонометрија правоуглог троугла (9)

Логика и скупови. - Ову тему треба реализовати кроз понављања, продубљивања и допуњавања оног што су ученици учили у основној школи. Ови логичко-скуповни садржаји (исказ, формула, логичке и скуповне операције, основни математички појмови, логичко закључивање и доказивање тврдњи, релације и функције) су извесна основа за виши ниво дедукције и строгости у реализацији осталих садржаја програма математике на овом ступњу образовања и васпитања ученика. При томе, нагласак треба да буде на овладавању математичко-логичким језиком и разјашњавању суштине значајних математичких појмова и чињеница, без превеликих формализација.

Важан моменат у спречавању формализма и усмеравању пажње у настави математике на суштинска питања јесте правилно схватање улоге и места логичко-скуповне (па и геометријске) терминологије и симболике. Симболика треба да се користи у оној мери у којој олакшава изражавање и записе (а не да их компликује), уштеђује време (а не да захтева додатна објашњења), помаже да се градиво што боље разјасни (а не да отежава његово схватање).

Елементе комбинаторике дати на једноставнијим примерима и задацима, као примену основних принципа пребројавања коначних скупова. Треба имати у виду да обрадом ових садржаја није завршена и изградња појединих појмова, јер ће се они дограђивати и у каснијим програмским темама.

Реални бројеви. - У краћем прегледу бројева од природних до реалних, треба извршити систематизацију знања о бројевима, стеченог у основној школи, посебно истичући принцип перманенције својстава рачунских операција. При томе посебну пажњу обратити на својства рачунских операција, као основу за рационализацију рачунања и трансформације израза у оквиру других тема. У зависности од конкретне ситуације, ово се може дати и на нешто вишем нивоу. Потребну пажњу треба посветити обради приближних вредности. При томе ученик треба да схвати да рачунање са реалним бројевима најчешће значи рачунање са приближним вредностима.

Пропорционалност величина. - Карактеристика ове теме је што у њој долази до изражаја повезивање и примена разних математичких знања. На бази проширивања и продубљивања раније стечених знања, основну пажњу овде треба посветити примени функција директне и обрнуте пропорционалности и пропорција у решавању разних практичних задатака, повезујући то и са табличним и графичким приказивањем одређених стања, процеса и појава.

Увод у геометрију. - Ово је уводна тема у геометрију нарочито у погледу упознавања ученика са аксиоматским приступом изучавању геометрије (основни и изведени појмови и ставови, дефиниције важнијих геометријских фигура). Полазећи од посебно изабраних аксиома припадања, распореда и паралелности треба на неколико једноставнијих примера упознати ученике са суштином и начином доказивања теорема.

Подударност. - Обрада садржаја из ове теме (подударност, вектори и изометријске трансформације) треба да буде наставак оног што се о томе учило у основној школи. Ослањајући се на претходна знања ученика о вектору (из математике и физике), треба тај појам доградити до нивоа неопходног за ефикасну примену. Такође, кроз понављање, треба истаћи основна својства сваке од изучаваних изометрија и њихово вршење, а нешто продубљеније обрадити изометријске трансформације као пресликавање равни у саму себе, њихову класификацију и нарочито њихове примене (као метода) у доказним и конструктивним задацима у вези са троуглом, четвороуглом и кружницом (посебно, где је то целисходније у односу на друге методе). Коришћење изометријских

трансформација не искључује дедукцију као метод доказивања (у Еуклидовом смислу). Трансформације се користе у оној мери у којој олакшавају изучавање одређених садржаја геометрије.

Рационални алгебарски изрази. - Циљ ове теме је да ученици, користећи упозната својства операција са реалним бројевима, коначно овладају идејама и поступцима вршења идентичних трансформација полинома и алгебарских разломака. При томе тежиште треба да буде на разноврсности идеја, сврси и суштини тих трансформација, а не на раду са компликованим изразима. Одређену пажњу ваља посветити важнијим неједнакостима (доказивање и примена: неједнакост између средина и др.)

У оквиру ове теме треба извршити продубљивање и извесно проширивање знања ученика о линеарним једначинама и неједначинама, која су стекли у основној школи, истичући појам еквивалентности једначина и неједначина и примену у њиховом решавању. Треба узимати и примере једначина у којима је непозната у имениоцу разломка, као и оне које садрже један или два параметра. У сваком случају, треба избегавати једначине са сувише сложеним изразима. На неколико једноставнијих примера може се показати и решавање система линеарних једначина са више од две непознате. У овој теми тежиште треба да буде у примени једначина на решавање разних проблема. Приликом обраде неједначина и система неједначина са једном непознатом треба се ограничити само на оне које не садрже параметре. Решења неједначина записивати на више начина, опредељујући се за најцелисходнији, користећи при томе првенствено унију и пресек скупова.

Сличност. У оквиру ове теме, поред заснивања мерења дужи и углова, (доведећи у везу самерљивост дужи с карактером размере њихових дужина) и продубљенијег усвајања Талесове теореме (са применама), ученици треба да упознају хомотетију као једну трансформацију равни која није изометријска, а сличност као композицију хомотетије и изометрије (односно, хомотетију као трансформацију сличности), као и да уоче практичне примене сличности. Потребно је да схвате суштину метода сличности у решавању рачунских и конструктивних задатака. Такође је значајна примена сличности у доказивању појединих теорема (Питагорине и др.). Може се обрадити и однос површина сличних многоуглова (у виду задатка). Одговарајућу пажњу треба посветити примени Питагорине теореме у рачунским и конструктивним задацима.

Тригонометрија правоуглог троугла. - Ученици треба добро да схвате односе између страница и углова правоуглог троугла (дефиниције тригонометријских функција оштрог угла), њихове последице и примене. При решавању правоуглог троугла треба се ограничити на једноставније и разноврсне задатке.

II разред

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама по моделу.

Општи тип (140)

Степеновање и кореновање (26)

Квадратна једначина и квадратна функција (38)

Експоненцијална и логаритамска функција (24)

Тригонометријске функције (40)

Друштвено-језички смер (115)

- Степеновање и кореновање (21)
- Квадратна једначина и квадратна функција (25)
- Експоненцијална и логаритамска функција (17)
- Тригонометријске функције (30)

Природно-математички смер гимназије (175)

- Степеновање и кореновање (35)
- Квадратна једначина и квадратна функција (46)
- Експоненцијална и логаритамска функција (30)
- Тригонометријске функције (52)

Степеновање и кореновање. - Овде треба посветити пуну пажњу усвајању појма степена и корена и савлађивању операција са њима (на карактеристичним, али не много сложеним задацима). Од посебног је значаја релација $\sqrt[n]{a^2} = |a|$, а такође и децимални запис броја у тзв. стандардном облику $a \cdot 10^n$, где је $1 \leq a < 10$ и $(n \in \mathbb{N})$. Узимати рационалисање именилаца облика:

$$\sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{a \pm \sqrt{b}}.$$

Функцију $y=x^n$ испитивати само у неколико случајева (за $n \leq 4$), са закључком о облику графика када је изложилац n паран и када је непаран број. У вези са комплексним бројевима треба обрадити само основне појмове и чињенице које ће бити неопходне при изучавању садржаја о квадратној једначини.

Квадратна једначина и квадратна функција. - Садржаји ове теме значајни су са становишта систематског изграђивања алгебре и практичних примена. Треба решавати и једначине са непознатом у имениоцу разломка, које се свODE на квадратне једначине, као и једноставније једначине са параметрима. Потребну пажњу ваља посветити примени квадратних једначина и неједначина у решавању разноврсних а једноставнијих проблема. Неопходно је да ученици добро науче да скицирају и "читају" график квадратне функције. При испитивању квадратне функције у већој мери треба користити управо њен график (његову скицу), не инсистирајући много на одређеној "шеми испитивања функције" у којој цртање графика долази тек на крају. Квадратне неједначине треба решавати користећи знања о знаку квадратног тринома, као и знања о решавању линеарних неједначина. Решавати само простије ирационалне једначине (по програмима М1 и М3).

Експоненцијална и логаритамска функција. - Приликом обраде ових функција, за уочавање њихових својстава користити првенствено графичке интерпретације. На једноставним примерима упознати одређивање логаритама без таблица (у циљу продубљивања појма логаритма). Логаритмовање обрадити у мери неопходној за практичне примене (уз коришћење логаритамских таблица и џепних рачунара).

Тригонометријске функције. - При дефинисању и уочавању својстава тригонометријских функција ма ког угла у тзв. свођењу на први квадрант треба користити тригонометријску кружницу, као и симетрију (осну и централну). Упоредо са одређивањем вредности тригонометријских функција, треба решавати и тригонометријске једначине облика: $\sin ax=b$, $\cos ax=b$, $\operatorname{tg} ax=b$. Ученици треба да схвате да се многи научни и технички проблеми моделују тригонометријским функцијама, па је зато неопходно

настојати да упознају основна својства ових функција, а првенствено да умеју скицирати и "читати" њихове графике. Посебну целину у тригонометријским садржајима представљају адиционе теореме и њихове последице. Оне су значајне не само за одређене идентичне трансформације у самој тригонометрији, већ и за примене у неким другим предметима. Зато овој целини треба посветити велику пажњу и градиво добро увежбати. Упознавањем синусне и косинусне теореме ученици треба да схвате да се проширују могућности примене тригонометрије на решавање ма којег троугла, као и на решавање разних проблема из метричке геометрије, физике и посебно техничке праксе.

III разред

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама по моделу.

Општи тип (144)

- Полиедри (22)
- Обртна тела (18)
- Вектори (15)
- Аналитичка геометрија у равни (44)
- Математичка индукција. Низови (23)
- Комплексни бројеви (6)

Друштвено-језички смер (72)

- Полиедри (13)
- Обртна тела (12)
- Вектори (5)
- Аналитичка геометрија у равни (22)
- Математичка индукција. Низови (8)

Природно-математички смер гимназије (180)

- Полиедри (25)
- Обртна тела (20)
- Вектори (15)
- Аналитичка геометрија у равни (50)
- Математичка индукција. Низови (38)
- Комплексни бројеви и полиноми (20)

Полиедри и обртна тела. - У обради ових садржаја (у ствари, продубљивању и допуњавању знања која о њима ученици већ имају) значајно је да ученици већ усвојене основне појмове и чињенице просторне геометрије умеју успешно примењивати у решавању задатака (не много сложених), укључујући и оне практичне природе (одређивање запремине модела неког геометријског тела, конкретне грађевине или предмета, ако унапред нису дати неопходни подаци и сл.). Ученици треба да "виде" да се изучавана својства просторних фигура широко користе у пракси, астрономији, физици, хемији и др. Посебну пажњу треба посветити даљем развијању логичког мишљења и просторних представа ученика, чему у извесној мери може допринети разумно позивање на очигледност, коришћење модела (па и приручних средстава) и правилно скицирање

просторних фигура. Поред даљег рада на усавршавању технике рачунања и трансформација израза, корисно је повремено од ученика захтевати да дају процену резултата рачунског задатка. Низом задатака може се илустровати и чињеница да је често рационалније и боље прво наћи решење задатка у "општем облику", па онда замењивати дате податке. Мада у програму није експлицитно наведено, може се као задатак дати одређивање односа површина и односа запремина сличних полиедара и сличних обртних тела, а такође и одређивање полупречника уписане или описане сфере одређеном геометријском телу. Обрасци за површину и запремину лопте и њених делова не морају се изводити (програм М2).

Вектори. - Основно у овој теми је да ученици упознају координате вектора идефиницију и смисао скаларног, векторског и мешовитог производа вектора. Значајна је координатна интерпретација скаларног, векторског и мешовитог производа и њихова примена (одређивање угла између два вектора, израчунавање површине и запремине фигура, неке примене у физици и др.).

Аналитичка геометрија у равни. - Основни циљ у реализацији ове теме јесте да ученици схвате суштину координатног метода и његову ефикасну примену. Посебно, на основу својстава праве и кривих линија другог реда, ученици треба да умеју да формирају њихове једначине и испитују међусобне односе тих линија. Указати и на примену аналитичког апарата при решавању одређених задатака из геометрије.

У оквиру ове теме ученици треба да продубе и прошире знање о системима линеарних једначина, упознају системе линеарних неједначина са две непознате и упознају суштину проблема линеарног програмирања. Ови садржаји пружају могућност за повезивање раније стечених знања о једначинама, неједначинама и неким геометријским појмовима.

Математичка индукција. Низови. - Ученици треба да схвате значај и суштину метода математичке индукције као посебног и ефикасног метода у математици за доказивање појединих тврђења. Овај метод треба увести и увежбати помоћу што једноставнијих примера. Посебно, у природно-математичком смеру (програм М3) повезивање ових садржаја са трансформацијама полинома омогућава ефикасно решавање низа разноврсних задатака из елементарне теорије бројева - области која је врло прикладна за развијање математичког језика и расуђивања (докази разних теорема у вези са дељивошћу и својствима целих бројева, њихових квадрата, простим бројевима, конгруенцијама и сл.).

На подесним и једноставним примерима објаснити појам низа као пресликавања скупа N у скуп R уз графичку интерпретацију. Као значајне примере низова подробније обрадити аритметички низ и геометријски низ (дефиниција - основно својство, општи члан, збир првих n чланова). Појам граничне вредности бесконачног низа дати на једноставним примерима и извести образац за збир чланова бесконачног геометријског низа, уз илустровање и неким примерима примене (периодични децимални разломци, једноставнији примери из геометрије).

Комплексни бројеви и полиноми. - Остварити даље проширивање и продубљивање знања ученика о бројевима, посебно комплексним, полиномима и једначинама - све на подесним задацима и примерима примене.

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама по моделу.

Општи тип(128)

Функције (28)
Извод функције (26)
Интеграл (22)
Комбинаторика (12)
Вероватноћа и статистика(28)

Друштвено-језички смер (64)

Функције (14)
Извод функције (17)
Комбинаторика (6)
Вероватноћа и статистика (15)

Природно-математички смер гимназије (128)

Програм је истоветан са програмом за IV разред гимназије општег типа (програм М1)

Функције. - Овде треба допунити и систематизовати ученичка знања о функцији и њеним основним својствима, а затим направити преглед елементарних функција. Упознавање граничне вредности и непрекидности функције треба да буде на основу интуитивног приступа тим појмовима. Није потребно дуже задржавање на техници одређивања граничне вредности разних функција, већ акценат треба да буде на неколико карактеристичних лимеса.

Извод функције. - Прво ученике треба упознати са појмовима прираштаја независно променљиве и прираштаја функције и, полазећи од појма средње брзине и проблема тангенте на криву, формирати појам количника прираштаја функције и прираштаја независно променљиве, а затим дефинисати извод функције као граничну вредност тог количника када прираштај независно променљиве тежи нули. Указати на основне теореме о изводу и изводе неких елементарних функција. Уз појам диференцијала и његово геометријско значење треба указати и на његову примену код апроксимације функција. Посветити пажњу испитивању функција и цртању њихових графика, користећи извод функције (не узимајући сувише компликоване примере).

Интеграл. (Само у програму М3) - Програм предвиђа да се прво обради неодређени интеграл, па је потребно указати на везу између извода и интеграла и дати појам примитивне функције. Интеграљење протумачити као операцију која је инверзна диференцирању. Поред таблице основних интеграла треба показати и неке методе интеграљења (метода замене и метода парцијалне интеграције). Полазећи од проблема површине и рада, доћи до појма одређеног интеграла као граничне вредности збира бесконачно много бесконачно малих величина. Указати на основна својства одређеног интеграла, а акценат треба да буде на применама одређеног интеграла.

Комбинаторика. - На основу раније стечених знања о пребројавању коначних скупова (основни принципи) ученици треба да упознају суштину издвајања, распоређивања и одређивања броја одређених распореда, уочавајући разлику између

појединих врста распоређивања објеката (на погодно одабраним примерима). Важно је да се добро увежба препознавање појединих врста комбинаторних објеката на довољном броју разноврсних задатака. Тек онда треба да уследе одговарајуће формуле за број варијација, пермутација и комбинација. Повезујући биномне коефицијенте са комбинацијама, могу се показати неке примене биномног обрасца.

Вероватноћа и статистика. - После увођења појма случајног догађаја дати појам вероватноће (преко појма релативне фреквенције и класичном дефиницијом), као и основне теореме о вероватноћи. На подесним примерима треба увести појам случајне променљиве и указати на неке њене нумеричке карактеристике и расподеле. Истаћи улогу случајног узорка и статистичког експеримента, а затим објаснити начин прикупљања података, њиховог приказивања и одређивања важнијих статистичких карактеристика.