INFORMACIÓN EMBARGADA HASTA EL MARTES 22 DE AGOSTO, 12:00 HORAS, hora central europea)

Medalla Fields Wendelin Werner

“Por sus contribuciones al desarrollo de la evolución estocástica de Loewner, la geometría del movimiento browniano de dos dimensiones y la teoría conforme de campos”

El trabajo de Wendelin Werner y sus colaboradores representa una de las interacciones más emocionantes y fructíferas entre las matemáticas y la física de los últimos tiempos. La investigación de Werner ha desarrollado un nuevo marco conceptual para entender fenómenos críticos que aparecen en sistemas físicos, y ha puesto en evidencia nuevos aspectos geométricos que antes eran desconocidos. Las ideas teóricas que emergen en este trabajo, que combina teoría de la probabilidad e ideas de análisis complejo clásico, han tenido un gran impacto tanto en matemáticas como en física, y tienen conexiones potenciales con una amplia variedad de aplicaciones.

Una de las motivaciones del trabajo de Wendelin Werner es la física estadística, área en que la teoría de probabilidad es usada para analizar el comportamiento a gran escala de sistemas complejos, integrados por muchas partículas. Un ejemplo tipo de un sistema complejo es el de un gas: aunque sería imposible conocer la posición de cada molécula de aire en una habitación, la física estadística dice que es muy improbable que todas las moléculas acaben en un rincón de la habitación. Estos sistemas pueden mostrar transiciones de fase que marcan un cambio repentino en su comportamiento microscópico. Por ejemplo, cuando el agua hierve se produce una transición de fase de líquido a gas. Otro ejemplo clásico de transición de fase es la magnetización espontánea del hierro, que depende de la temperatura. En estos puntos de transición de fase el sistema puede exhibir los llamados ‘fenómenos críticos’. Pueden parecer aleatorios a cualquier escala (y en particular a nivel macroscópico), y se convierten en “invariantes de escala”, lo que significa que su comportamiento general aparenta ser estadísticamente el mismo a cualquier escala. Estos fenómenos críticos son muy complejos, y aún se está lejos de entenderlos completamente.

En 1982 el físico Kenneth G. Wilson recibió el premio Nobel por sus estudios sobre los fenómenos críticos, que contribuyeron a comprender la ‘universalidad’. Muchos sistemas físicos diferentes se comportan de la misma manera a medida que se acercan a los puntos críticos. Este comportamiento está descrito por funciones en las que una cantidad (por ejemplo la diferencia entre la temperatura real y la crítica) es elevada a un exponente, llamado un “exponente crítico” del sistema. Los físicos han conjeturado que estos exponentes son universales en el sentido de que dependen sólo de determinadas características cualitativas del sistema, y no de sus detalles microscópicos. Aunque los sistemas en que Wilson estaba interesado eran sobre todo de tres y cuatro dimensiones, en dos dimensiones se da el mismo fenómeno. Durante los años ochenta y noventa los físicos hicieron grandes esfuerzos por desarrollar la teoría conforme de campos, que proporciona una aproximación al estudio de los fenómenos críticos de dos dimensiones. Sin embargo esta aproximación era difícil de entender de una manera matemática rigurosa, y no proporcionaba una imagen geométrica de cómo se comportaban los sistemas. Un gran logro de Wendelin Werner y sus colaboradores Gregory Lawler y Oded Schramm ha sido el desarrollo de una nueva aproximación a los fenómenos críticos de dos dimensiones que es matemáticamente riguroso y proporciona una imagen geométrica directa de sistemas cerca de, y en, sus puntos críticos.

La percolación es un modelo que capta el comportamiento básico de, por ejemplo, un gas filtrándose a través de un medio aleatorio. Este medio podría ser una red horizontal de tuberías en las que, con una cierta probabilidad, cada tubería está abierta o bloqueada. Otro ejemplo es el comportamiento de contaminantes en un acuífero. Uno quisiera responder a cuestiones como ¿qué aspecto tiene el conjunto de sitios contaminados? Los físicos y los matemáticos estudian modelos esquemáticos de percolación como el siguiente. Primero, imagine un plano cubierto de losetas hexagonales. Con una moneda (posiblemente trucada) lanzada al aire se decide si un hexágono es blanco o negro, de forma que para cualquier hexágono dado, la probabilidad de ser de color negro es ‘p’ y la probabilidad de ser de color blanco es ‘1 –p’. Si designamos un punto en el plano como el origen, podemos preguntar, ¿Qué partes del plano están conectadas al origen por una franja de hexágonos negra? Este conjunto se denomina ‘cluster’ que contiene el origen. Si p es menor que ½, habrá menos hexágonos negros que blancos, y el cluster que contiene el origen será finito. Por el contrario, si p es mayor que ½ hay una probabilidad positiva de que el cluster que contiene el origen sea infinito. El sistema presenta una transición de fase en el valor crítico p= 1/2. Este valor crítico corresponde a la situación en la que uno lanza una moneda no trucada para escoger el color de cada hexágono. En este caso se puede probar que todos los clusters son finitos y que en cualquier porción de la superficie que uno escoja mirar encontrará, con gran probabilidad, clusters de tamaño comparable a dicha porción. La imagen adjunta representa una muestra de un cluster bastante grande.

El modelo de percolación ha atraído el interés de los físicos teóricos, que han usado varias técnicas no rigurosas para predecir aspectos de su comportamiento crítico. En particular, hace unos quince años, el físico John Cardy usó la teoría conforme de campos para predecir algunas propiedades a gran escala de percolación en su punto crítico. Werner y sus colaboradores Lawler y Schramm estudiaron los objetos continuos que aparecen cuando se toma el límite de gran escala –esto es, cuando se permite que el tamaño de los hexágonos sea más y más pequeño--. Obtuvieron muchas de las propiedades de estos objetos, como por ejemplo la dimensión fractal de los bordes de los clusters. Este trabajo, combinado con los resultados de Stanislav Smirnov en 2001 sobre el modelo de percolación y con trabajos anteriores de Harry Kesten, condujo a la obtención completa de los exponentes críticos de este modelo particular.

Otro modelo de dos dimensiones es el movimiento browniano en el plano, que puede ser visto como el límite a gran escala del paseo aleatorio discreto. El paseo aleatorio discreto describe la trayectoria de una partícula que escoge aleatoriamente una nueva dirección en cada unidad de tiempo. La geometría de las trayectorias del movimiento browniano en el plano es bastante complicada. En 1982 Benoit Mandelbrot conjeturó que la dimensión fractal de la frontera exterior de la trayectoria de un movimiento browniano en el plano (la frontera exterior del conjunto azul en la imagen adjunta) es 4/3. Resolver esta conjetura parecía fuera del alcance de las técnicas probabilísticas clásicas. Lawler, Schramm, y Werner la demostraron probando en primer lugar que la frontera exterior de las trayectorias brownianas y las fronteras exteriores de los clusters de percolación continuos son similares; después calcularon su dimensión común usando una construcción dinámica de los clusters de percolación continuos. Con la misma estrategia también obtuvieron los valores de los muy relacionados ‘exponentes de intersección’ para el movimiento browniano y el paseo aleatorio discreto, que habían sido conjeturados por los físicos B. Duplantier y K.-H. Kwon (uno de estos exponentes de intersección describe la probabilidad de que las trayectorias de dos caminantes no se crucen durante un largo periodo de tiempo). Otro trabajo posterior de Werner mostró simetrías adicionales de estas fronteras exteriores de los bucles brownianos.

Otro resultado de Wendelin Werner y de sus colaboradores es la demostración de la “invariancia conforme” de algunos modelos de dos dimensiones. La invariancia conforme es una propiedad parecida a la invariancia de escala, aunque más sutil y general. Está en la raíz de la definición de los objetos continuos que Werner ha estado estudiando. Sin precisar demasiado, se dice que un objeto aleatorio bi-dimensional es un invariante conforme si su distorsión por transformaciones que preservan el ángulo, es decir, por las transformaciones que en el análisis complejo se denominan aplicaciones conformes, tiene la misma ley de probabilidad que el objeto inicial.

Suponer que muchos sistemas críticos de dos dimensiones son invariantes conformes es uno de los puntos de partida de la teoría conforme de campos. El resultado de Smirnov mencionado anteriormente demostró la invariancia conforme para la percolación. Werner y sus colaboradores demostraron la invariancia conforme para dos modelos clásicos de dos dimensiones, el paseo aleatorio con bucles suprimidos (en inglés, loop-erased random walk) y el modelo relacionado con el mismo denominado árbol de expansión uniforme (en inglés uniform spanning tree), y describieron su comportamiento límite normalizado. Uno de los grandes desafíos actuales en esta área es demostrar la invariancia conforme para otros sistemas de dos dimensiones.

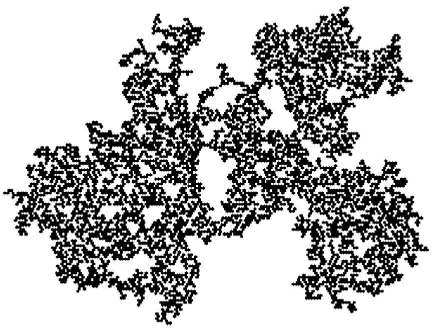
Los matemáticos y los físicos han desarrollado abordajes muy distintos para entender los fenómenos críticos de dos dimensiones. El trabajo de Wendelin Werner ha contribuido a reducir la brecha entre estas estrategias, enriqueciendo ambos campos y abriendo nuevas y fructíferas áreas de investigación. Su espectacular trabajo seguirá influenciando tanto las matemáticas como la física en las décadas venideras.

DATOS BIOGRÁFICOS

Nacido en 1968 en Alemania, Wendelin Werner es de nacionalidad francesa. Se doctoró en la Universidad de París VI en 1993. Ha sido profesor de matemáticas en la Université de Paris-Sud, Orsay desde 1997. De 2001 a 2006 fue miembro del Institut Universitaire de France, y desde 2005 está a tiempo parcial en la École Normale Supérieure de Paris. Entre sus distinciones se cuentan el Rollo Davidson Prize (1998), el premio de la European Mathematical Society a jóvenes investigadores (2000), y los premios Fermat (2001), Jacques Herbrand (2003), Loève (2005) y Pòlya (2006).

Imágenes

Un cluster de percolación.



Una trayectoria del movimiento browniano. Cortesía de Wendelin Werner.

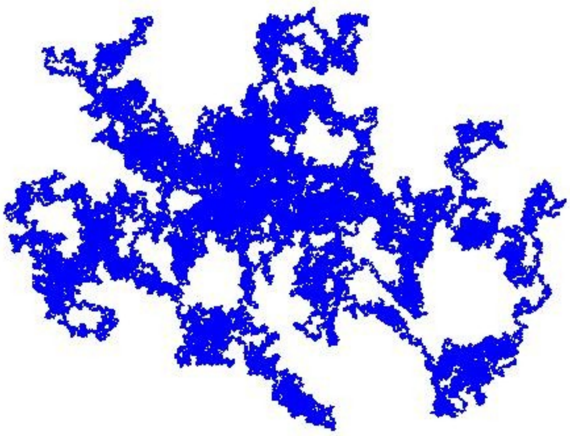


Foto de Wendelin Werner. Cortesía de Wendelin Werner.